Unterricht

Anknüpfend an die Kriterien und Werkzeuge zur Erstellung von Diagnose- und Förderaufgaben, sollen im Folgenden einige praktische Umsetzungsmöglichkeiten vorgestellt werden. Im Anschluss daran, wird an einem konkreten Unterrichtsinhalt das Vorgehen beim Einsatz im Unterricht anhand von Schülerdokumenten erläutert.

3.1 Diagnoseaufgaben

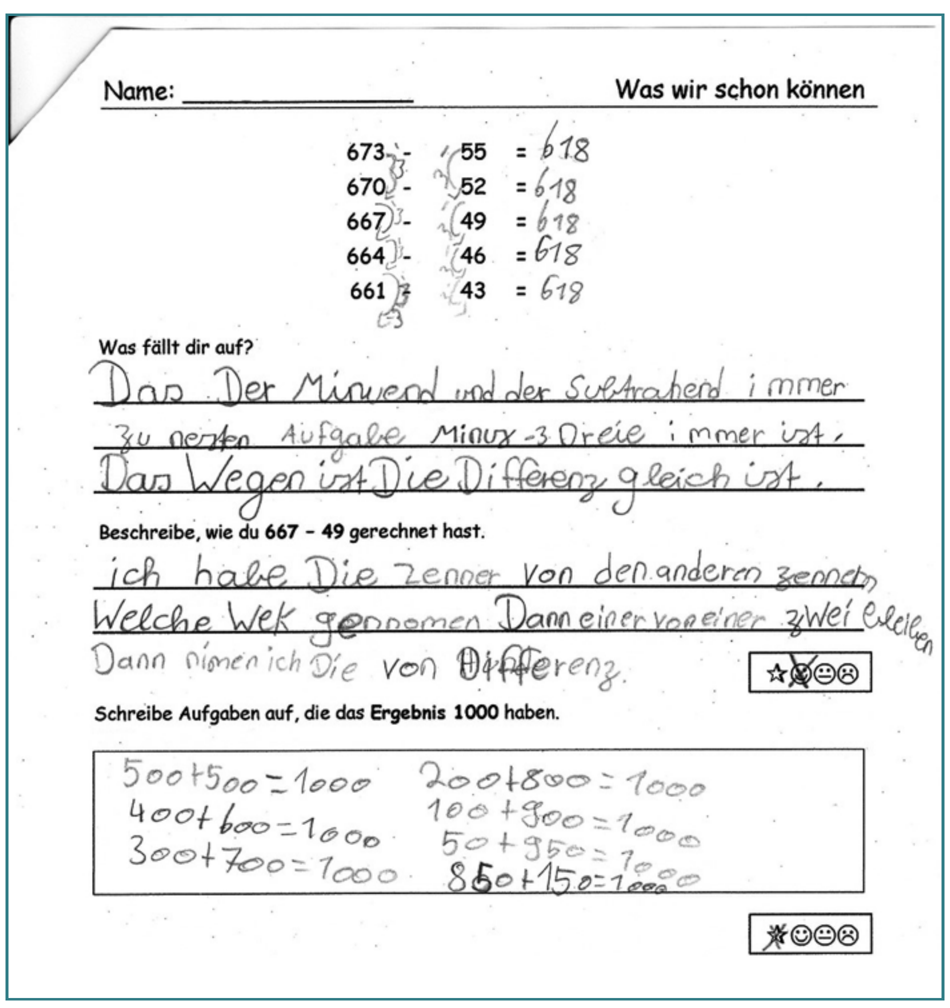
3.1.1 Umsetzungsbeispiele im Unterricht

Im Unterricht gibt es verschiedene **Methoden**, Diagnoseaufgaben einzusetzen, auch hier ist wieder das eigentliche Ziel entscheidend. Möchte man punktuell die mathematischen Fähigkeiten zu einem ganzen Themenkomplex abfragen (z.B. die Kompetenzen im Tausenderraum oder zur Multiplikation), dann eignet sich beispielsweise der Einsatz einer **Standortbestimmung**. Ist aber ein regelmäßiger Einblick in die Leistungsstände der Kinder relevant, empfiehlt sich der Einsatz eines sog. **Mathebriefkastens** (vgl. Sundermann & Selter, 2006).

Aufgrund der unterschiedlichen Einsatzmöglichkeiten ist eine Kombination beider Methoden vorteilhaft. Nachfolgend sollen exemplarisch die beiden genannten Möglichkeiten vorgestellt werden.

Standortbestimmung

Die Standortbestimmung ist eine **Sammlung verschiedener aussagekräftiger Diagnoseaufgaben** (s. Abb. 5) zu einem bestimmten mathematischen Themenkomplex z.B. „Addition und Subtraktion im Tausenderraum".



Name: ______________ Was wir schon können

673 - 55 = 618
670 - 52 = 618
667 - 49 = 618
664 - 46 = 618
661 - 43 = 618

Was fällt dir auf?

Das Der Minuend und der Subtrahend immer zu nesten Aufgabe Minux -3 Dreie immer ist. Das Wegen ist Die Differenz gleich ist.

Beschreibe, wie du 667 – 49 gerechnet hast.

ich habe Die Zenner von den anderen zennern Welche Wek genomen Dann einer von einer zwei Eileien Dann nimen ich Die von Differenz.

Schreibe Aufgaben auf, die das Ergebnis 1000 haben.

500+500=1000
400+600=1000
300+700=1000
200+800=1000
100+900=1000
50+950=1000
850+150=1000

Abbildung 5: *Ausschnitt aus einer Standortbestimmung*

Angewendet wird sie häufig zur **Erfragung von Vorerfahrungen**, wodurch sich der Unterricht besser an den Kenntnissen der Kinder ausrichten lässt (vgl. Voßmeier 2012) oder zur **Überprüfung des Lernzuwachses** am Ende einer Unterrichtsreihe. Sie wird demnach **punktuell** eingesetzt. Im Anschluss an die Eingangs-Standortbestimmung wird diese für jedes Kind ausgewertet, um den Unterricht beispielsweise durch die Adaption von Aufgaben (vgl. ‚Aufgaben adaptieren') entsprechend auf die Lernstände der Kinder abzustimmen.

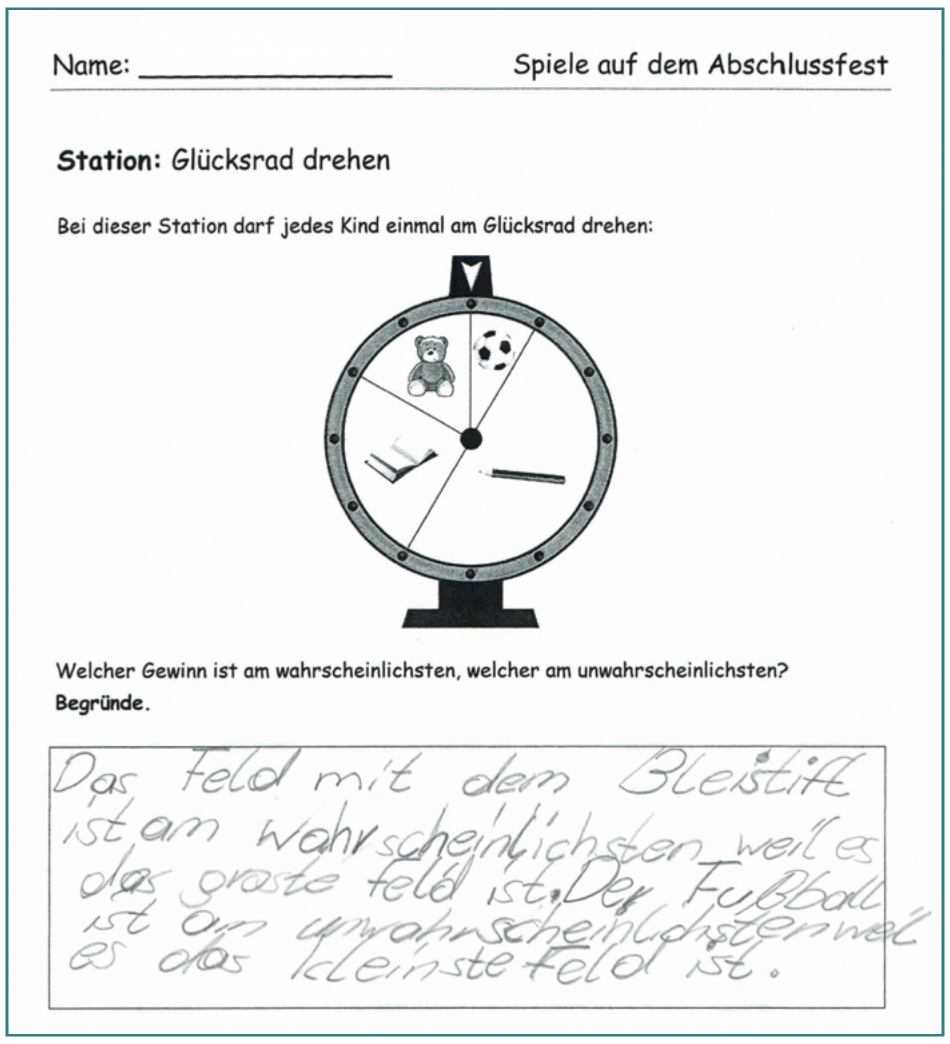
Weitere Informationen zum Thema Standortbestimmung sind auch bei unseren Partnerprojekten „PIKAS" (pikas.dzlm.de/098) sowie „Primakom" (primakom.dzlm.de/250) zu finden. Standortbestimmungen zu unterschiedlichen Inhaltsbereichen wie beispielsweise zu natürlichen Zahlen oder auch zu Brüchen, Prozenten und Dezimalzahlen sowie zugehörige Auswertungshilfen finden sich zudem in den Handreichungen des Projektes „Mathe sicher können" (mathe-sicher-koennen.dzlm.de).

Mathebriefkasten

Der Mathebriefkasten (s. Abb. 6) ist ein Instrument, um ritualisiert und regelmäßig Diagnoseaufgaben im Unterricht einzusetzen und damit kontinuierlich die Lernstände zu erfassen.

Abbildung 6: *Mathebriefkasten*

Die Kinder werfen eine entsprechende **Diagnoseaufgabe** („den Brief“) am Ende der Unterrichtsstunde, der Lerneinheit etc. in den Briefkasten. Anders als bei der Standortbestimmung handelt es sich nur um eine Aufgabe, dessen Bearbeitung nicht länger als ungefähr zehn Minuten in Anspruch nehmen sollte. Auch Aufgaben unabhängig vom aktuellen Unterrichtsthema sind für diese Methode geeignet. Beim „Mathe-Brief“ kann es sich um ein leeres Blatt handeln, auf dem von den Kindern die von der Lehrkraft gestellte Frage (z.B. Frage des Tages, Frage des Monats) notiert wird. Es besteht jedoch ebenfalls die Möglichkeit kleine vorgefertigte Arbeitsblätter einzusetzen (s. Abb. 7).


Name: ______________ Spiele auf dem Abschlussfest

Station: Glücksrad drehen

Bei dieser Station darf jedes Kind einmal am Glücksrad drehen:

Welcher Gewinn ist am wahrscheinlichsten, welcher am unwahrscheinlichsten? **Begründe.**

Das Feld mit dem Bleistift ist am wahrscheinlichsten weil es das groste feld ist. Der Fußball ist am unwahrscheinlichsten weil es das kleinste Feld ist.

Abbildung 7: *Beispielaufgabe Mathebriefkasten*

Im Anschluss an den Einsatz im Unterricht werden die Briefe der Kinder gesammelt und ausgewertet. So dienen sie zum einen zur weiteren **Förderung**, aber auch zur **Dokumentation der Lernentwicklung**. Weitere Informationen zum Thema Mathebriefkasten sind auch bei unserem Partnerprojekt „PIKAS" zu finden (pikas.dzlm.de/097).

Auswertung

Sowohl die Standortbestimmungen also auch die „Briefe“ des Mathebriefkastens werden von der Lehrkraft ausgewertet und zur weiteren Unterrichts- und Förderplanung genutzt (vgl. ‚Planung individueller Förderung‘). Zur besseren Übersichtlichkeit bietet sich das Dokumentieren in tabellarischer Form an. Das Illustrationsbeispiel zeigt, wie eine solche Auswertungstabelle aussehen könnte.

▼ Zur Illustration

Aufgabe:										
	Inhaltsbezogene Kompetenzen				Prozessbezogene Kompetenzen					
Name										
Anmerkungen (Vorgehensweise, Strategie, Besonderheiten, ...)										

Tabelle 4: *Ausschnitt aus dem Leitfaden zur Auswertung der Mathebriefkastenaufgaben*

Reflexion	

Name	**Folgerungen (inhaltlich, organisatorisch);** Wie muss es jetzt weitergehen? Welche Fördermaßnahmen können zum Einsatz kommen?

Tabelle 5: *Ausschnitt aus dem Leitfaden zur Auswertung der Mathebriefkastenaufgaben*

Sollte die Auswertung der schriftlichen Ergebnisse nicht aussagekräftig genug sein, empfiehlt sich der Einsatz von kurzen Diagnosegesprächen, um der Ursache einer nicht oder falsch bearbeiteten Aufgabenstellung nachgehen zu können (vgl. ‚Diagnosegespräche und Fördergespräche‘).

3.2 Förderaufgaben

3.2.1 Umsetzungsbeispiele im Unterricht

Im Unterricht gibt es verschiedene **Methoden**, Förderaufgaben einzusetzen. Voraussetzung für ihren Einsatz ist zunächst die Auswahl von Aufgaben, die sich für das festgelegte Ziel eignen und den Kriterien „guter Aufgaben“ (s. Hintergrund; Kapitel 2.2) entsprechen. Neben dem Material des Projektes „Mathe sicher können“ (mathe-sicher-koennen.dzlm.de) oder den auf dieser Homepage angebotenen Materialien eignen sich ebenso Aufgaben aus „guten Schulbüchern“. Nachfolgend sollen zwei Beispiele vorgestellt werden, wie Förderaufgaben methodisch in den Unterricht integriert werden können.

Möchte man **punktuell** die mathematischen Fähigkeiten zu einem bestimmten Thema fördern (z.B. das Finden von Multiplikationsaufgaben zu Sachsituationen und umgekehrt), dann eignet sich beispielsweise der Einsatz von Förderaufgaben im Rahmen einer **Mathe-Sammlung**. Geht es aber eher darum, einen mathematischen Sachverhalt **regelmäßig zu üben** oder zu **vertiefen**, empfiehlt sich der Einsatz einer **Mathe-Kartei**. Aufgrund der unterschiedlichen Einsatzmöglichkeiten ist eine Kombination beider Methoden vorteilhaft. Nachfolgend sollen exemplarisch die beiden genannten Möglichkeiten vorgestellt werden.

Mathe-Sammlung

Die Mathe-Sammlung ist eine **Sammlung verschiedener mathematischer Aufgabenstellungen** (s. Abb. 8) zu einem bestimmten Themenkomplex z.B. „Einführung der Multiplikation“. Die Lernenden heften in dieser Mathe-Sammlung die erledigten Arbeitsaufträge des entsprechenden Themas d.h. auch ergänzende Förder- oder Erweiterungsaufgaben ab, wodurch jede Sammlung sehr individuell zusammengestellt ist. Wann ein Kind eine Förderaufgabe oder aber eine Erweiterungsaufgabe benötigt (s. auch ‚Tipps und Herausforderungen bereithalten‘), sollte aus den Ergebnissen der kontinuierlichen Diagnose abgeleitet werden, d.h. der Einsatz der Förderaufgaben geschieht hier unterrichtsintegriert und **punktuell** an entsprechenden Stellen des Lernprozesses.

Abbildung 8: *Ausschnitt aus einer Mathe-Sammlung*

Fördermaterialien zu unterschiedlichen Themengebieten, die zur Ergänzung so einer Mathe-Sammlung genutzt werden können, finden sich nicht nur bei ‚Mathe inklusiv‘, sondern beispielsweise auch in den Handreichungen des Projektes „Mathe sicher können“ (mathe-sicher-koennen.dzlm.de).

Mathe-Kartei

Die Mathe-Kartei (s. Abb. 9) ist eine Lern- und Förderkartei, in der zu unterschiedlichen Themengebieten eine **Vielzahl von Förderaufgaben** gesammelt werden können. Diese sollte **kontinuierlich** in der Klasse aufgestellt bleiben und an geeigneten Stellen des Lernprozesses unterrichtsergänzend z.B. im Förderunterricht, bei der Wochenplanarbeit etc. zum Einsatz kommen. Die Arbeit mit der Kartei kann auch unabhängig vom aktuellen Unterrichtsthema stattfinden, um vorausgegangene Inhalte aufzuarbeiten oder zu vertiefen.

Abbildung 9: *Mathe-Kartei*

Die Aufgaben sollten so gestaltet sein, dass sie nicht nur in Einzelarbeit, sondern vermehrt auch in Partner- oder Kleingruppenarbeit durchführbar sind (vgl. ‚Gemeinsamen Austausch anregen'). Im Gegensatz zur Mathe-Sammlung, die ein individuelles Instrument darstellt, steht die Mathe-Kartei der ganzen Klasse in gleicher Form zur Verfügung. Die Lehrkraft kann aber trotzdem entscheiden, wann welches Kind eine Karteikarte zur Förderung nutzen sollte. Es eignen sich hier besonders Aufgabenstellungen, bei denen Handlungen am Material durchgeführt werden müssen. Teilweise ist es aber auch sinnvoll, die Lernenden dazu aufzufordern etwas in ihr Heft oder auf einem leeren Blatt zu notieren. Da die Handlungsorientierung hier aber im Fokus steht, werden außer der Karteikarte keine zusätzlichen Arbeitsblätter benötigt.

Auswertung

Die Aufgabenauswertung der Mathe-Sammlung bzw. der Mathe-Kartei ist je nach Bearbeitungsart (schriftlich oder handelnd) unterschiedlich. Bei allen schriftlichen (nachvollziehbaren) Dokumenten kann problemlos der Leitfaden zur Auswertung von Diagnoseaufgaben genutzt werden (s. Hintergrund; Kapitel 2.1.3). Bei Handlungen, mündlichen Bearbeitungen etc. spielt die Beobachtung (im Idealfall mit Hilfe eines Beobachtungsleitfadens; s. beispielsweise Tabelle 6) bei der Auswertung eine wesentliche Rolle, wobei hier die Zusammenarbeit mit einer sonderpädagogischen Fachkraft zu empfehlen ist.

Beobachtungsleitfaden	
Mathematischer Inhalt	
Geforderte Kompetenz	
Beispielhafte Aufgabenstellung	
Beobachtungsschwerpunkte	*Anmerkungen*

Tabelle 6: *Ausschnitt aus einem Beobachtungsleitfaden*

3.3 Beispiel für eine Praktische Umsetzungsmöglichkeit von Diagnose- und Förderaufgaben

Am gewinnbringendsten ist der Einsatz einer Kombination aus den dargestellten Umsetzungsbeispielen, welche im inklusiven Unterricht am besten in Zusammenarbeit mit einer sonderpädagogischen Fachkraft funktioniert (vgl. ‚Gemeinsamen Austausch anregen').
Das folgende Beispiel entstammt einer Unterrichtsreihe zum Thema Wahrscheinlichkeit („Wahrscheinlichkeiten – Wie wahrscheinlich ist ein Gewinn?") und soll exemplarisch darstellen, wie bei der Kombination von Diagnose- und Förderaufgaben praktisch vorgegangen werden kann.
Die gezeigten Dokumente der durchgeführten Unterrichtsreihe entstammen aus einer aus 17 Schülerinnen und Schülern bestehenden vierten Klasse mit sehr heterogenen Lernvoraussetzungen. In der inklusiven Lerngruppe befinden sich u.a. Kinder mit erhöhtem Unterstützungsbedarf im Bereich „Lernen" und erhöhtem Unterstützungsbedarf im „sozial-emotionalen Bereich". Die Klasse weist zudem einen hohen Anteil von Kindern auf, die Deutsch als Zweitsprache erlernen.
Vor dem Einsatz der Diagnoseaufgaben im Unterricht wurde entsprechend der Planungsschritte für Diagnoseaufgaben vorgegangen (s. auch Hintergrund; Kapitel 2.1):

Planungsschritte für den Einsatz von Diagnoseaufgaben	
1. *Mathematischen Inhalt festlegen und Schwerpunkte setzen*	Auf Grundlage des gegenwärtigen Unterrichtsinhalts und der Lernvoraussetzungen der Kinder wurde der mathematische Inhalt festgelegt. Die Lehrkraft hat sich für den Bereich „Daten, Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten" mit dem Schwerpunkt „Wahrscheinlichkeiten" (MSW, 2008, S. 66) entschieden.

2. *Geforderte Kompetenz(en) auswählen*	Die geforderte Kompetenz war insbesondere, das Beschreiben der Wahrscheinlichkeit von einfachen Ereignissen und ggf. das Bestimmen der Anzahl verschiedener Möglichkeiten (vgl. MSW, 2008, S. 66).
3. *Aufgabe(n) und Material auswählen*	Passend zum Inhalt und den zugehörigen Kompetenzen wurden Aufgaben so adaptiert, dass sie als Diagnoseaufgabe fungieren können (vgl. Abb. 10). Als Anschauungsmaterial diente in diesem Beispiel ein normaler Spielwürfel.

Tabelle 7: *Planungsschritte zum Thema „Wahrscheinlichkeiten“*

Ergänzend zur Diagnoseaufgabe aus dem Mathematikbuch wurden im Beispiel aus Abbildung 10 eine weitere Fragestellung, sowie ein Feld zur schriftlichen Bearbeitung hinzugefügt, um die Aufgabe diagnostisch informativer und offener zu gestalten. Des Weiteren wurde durch das Hinzufügen des Auftrags *„Begründe.“* eine Reflexion von den Kindern eingefordert (s. Hintergrund; Kapitel 2.1).

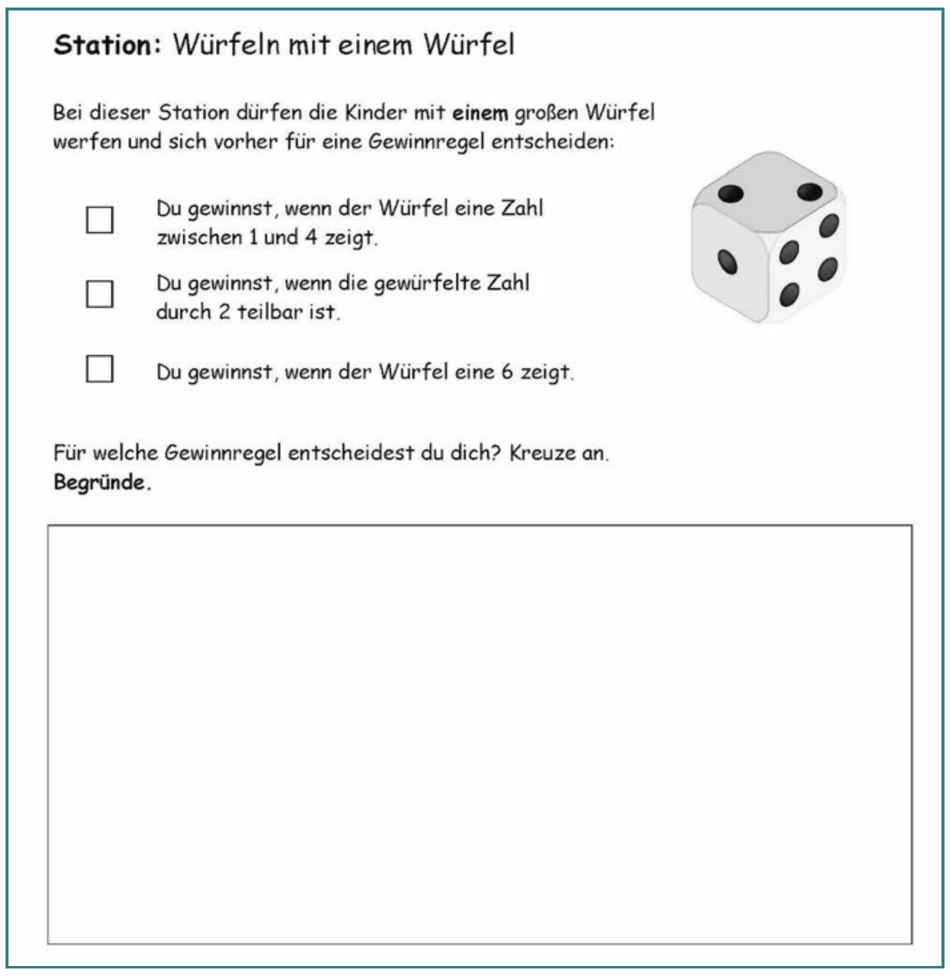


Abbildung 10: *Diagnoseaufgabe*

Nachdem die Kinder im Unterricht mit dem Thema „Wahrscheinlichkeiten“ erste Erfahrungen gesammelt haben und einige Experimente mit einem Würfel durchgeführt wurden, wollte die Lehrkraft wissen, inwieweit die Kinder die Würfelexperimente verinnerlicht haben, um zum nächsten Experiment übergehen zu können. Damit die Diagnose unterrichtsbegleitend geschehen konnte und sich der Fokus zunächst auf eine einzelne Aufgabe richten sollte, hat sie sich für die Methode des „Mathebriefkastens“ (s. Kapitel 3.1) entschieden. Die Bearbeitung der Kinder zeigte dabei noch ein sehr heterogenes Bild bezüglich des Wahrscheinlichkeitsverständnisses (vgl. Abb. 11-16).

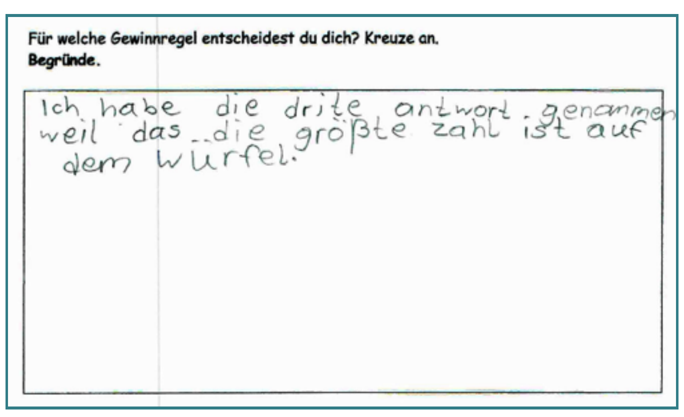


Abbildung 11: *Alina*

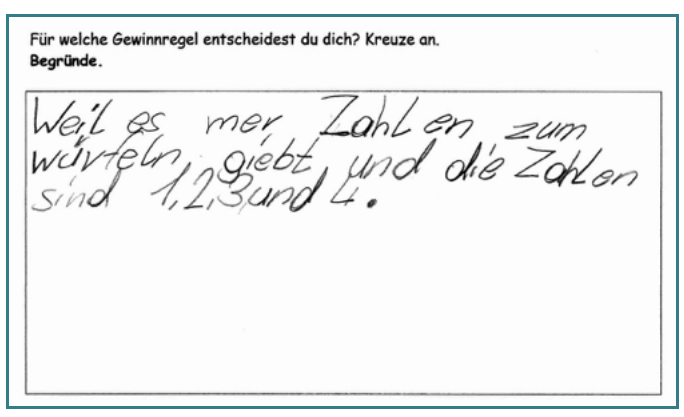


Abbildung 12: *Merle*

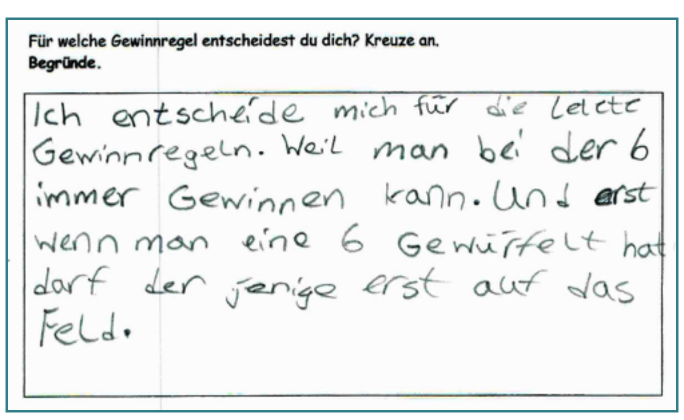


Abbildung 13: *Justus*

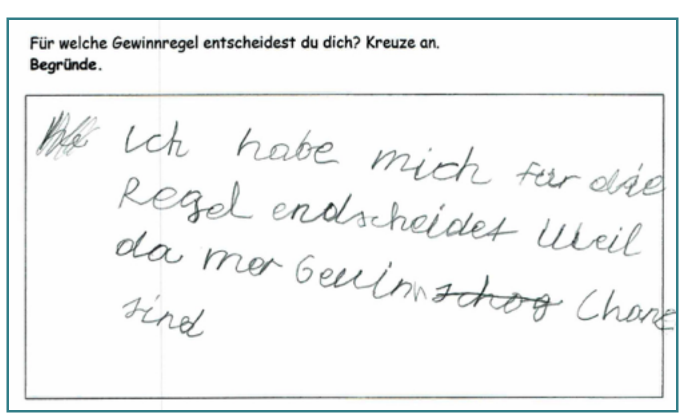


Abbildung 14: *Luis*

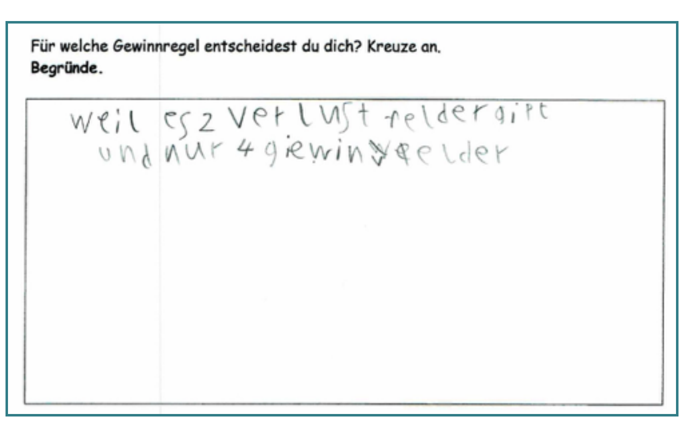


Abbildung 15: *Marlon*

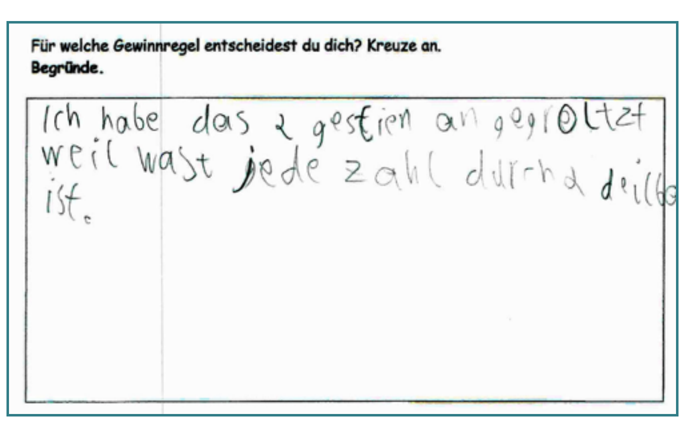
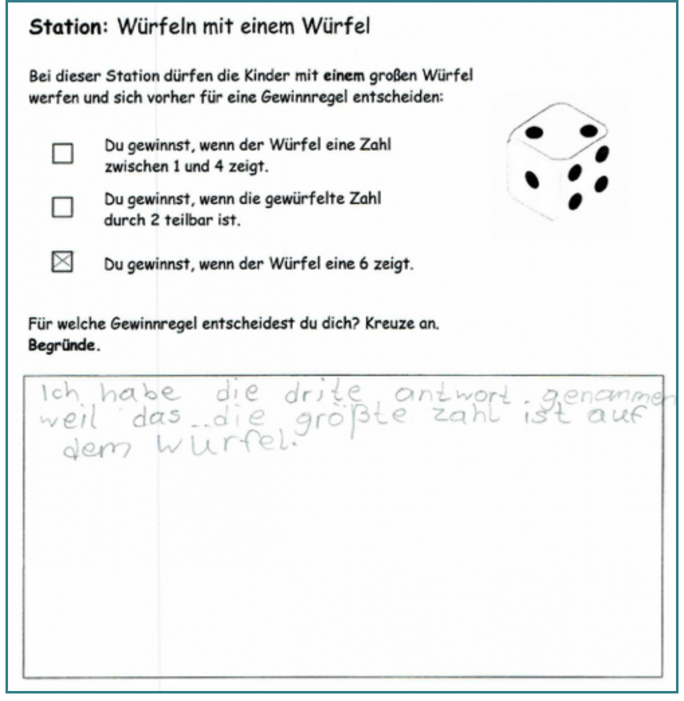


Abbildung 16: *Lara*

Während beispielsweise bei Justus (Abb. 13) noch zu klären war, ob ihm die Unterscheidung der Regeln zu einem Spiel wie z.B. „Mensch ärgere dich nicht“ überhaupt bewusst war, stand bei Lara (Abb. 16; „weil fast jede Zahl durch zwei teilbar ist“) aufgrund ihrer Aussage fest, dass sie hinsichtlich des Verständnisses der Teilbarkeit von Zahlen noch einmal genauer diagnostiziert und möglicherweise gefördert werden sollte. Im Folgenden ist die weitere Vorgehensweise anhand der Förderung von Alina (Abb. 17) und Luis (Abb. 18) genauer dargestellt.



Station: Würfeln mit einem Würfel

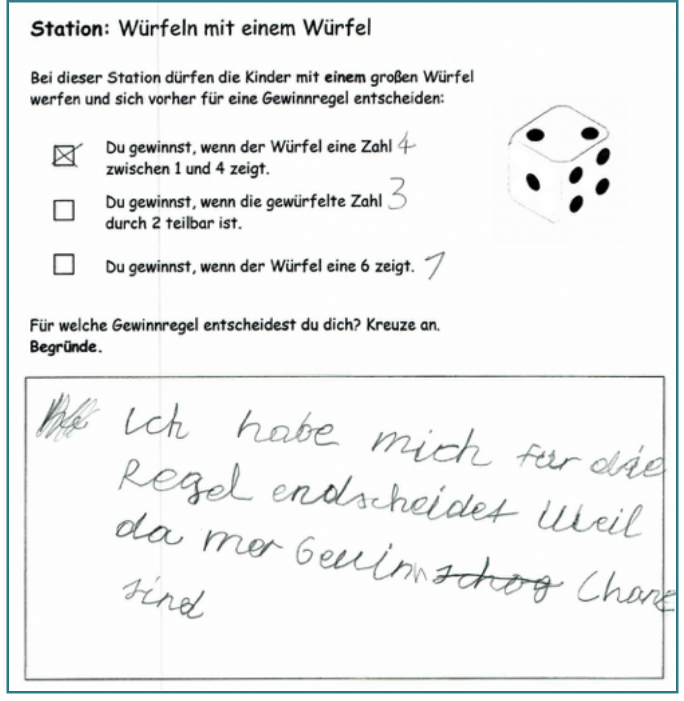
Bei dieser Station dürfen die Kinder mit **einem** großen Würfel werfen und sich vorher für eine Gewinnregel entscheiden:

- [ ] Du gewinnst, wenn der Würfel eine Zahl zwischen 1 und 4 zeigt.
- [ ] Du gewinnst, wenn die gewürfelte Zahl durch 2 teilbar ist.
- [x] Du gewinnst, wenn der Würfel eine 6 zeigt.

Für welche Gewinnregel entscheidest du dich? Kreuze an.
Begründe.

Ich habe die drite antwort genanme weil das die größte zahl ist auf dem Würfel.

Abbildung 17: *Alina*



Station: Würfeln mit einem Würfel

Bei dieser Station dürfen die Kinder mit **einem** großen Würfel werfen und sich vorher für eine Gewinnregel entscheiden:

- [x] Du gewinnst, wenn der Würfel eine Zahl zwischen 1 und 4 zeigt. 4
- [ ] Du gewinnst, wenn die gewürfelte Zahl durch 2 teilbar ist. 3
- [ ] Du gewinnst, wenn der Würfel eine 6 zeigt. 1

Für welche Gewinnregel entscheidest du dich? Kreuze an.
Begründe.

Ich habe mich für die Regel endscheidet weil da mer Gewinn~~schog~~ Chance sind

Abbildung 18: *Luis*

Mit Hilfe eines Leitfadens (vgl. Abb. 19-20) wurden die Ergebnisse der Lernenden dokumentiert und genauer ausgewertet, woraus Folgerungen für die weitere Vorgehensweise zur Förderung abgeleitet wurden (s. Hintergrund; Kapitel 2.1).

Aufgabe: Würfeln mit einem Würfel										
	Inhaltsbezogene Kompetenzen				**Prozessbezogene Kompetenzen**					
	L. erkennt die Gewinnregel mit der höchsten Wahrscheinlichkeit und gibt diese bei der Begründung an.	L. beschreibt die Wahrscheinlichkeit mit dem Würfel die Kombination(en) zu würfeln, indem Begriffe wie „sicher, wahrscheinlich, häufig, selten" etc. verwendet werden.	L. bezieht die Wahrscheinlichkeit der Kombination(en) auf die Wahl einer Gewinnregel.	L. benennt die genaue Anzahl der Gewinnmöglichkeiten der Gewinnregel(n). *	L. stellt Vermutungen über die erfolgreichste Gewinnregel an.	L. wählt bei der Bearbeitung des Problems (Bestimmung der Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses) geeignete mathematische Regeln.	L. verwendet bei der Darstellung des mathematischen Sachverhalts geeignete Fachbegriffe (z.B. Die Wahrscheinlichkeit ist ...hoch, gering, selten, häufig, immer).	L. stellt die Vorgehensweise zur Bestimmung der Wahrscheinlichkeiten bzw. die Ergebnisse schriftlich oder zeichnerisch dar. *	L. erkennt die unterschiedlichen Möglichkeiten und setzt sie in Beziehung zueinander. *	L. erläutert die unterschiedlichen Wahrscheinlichkeiten der drei Gewinnregeln und setzt diese zueinander in Beziehung, um damit die eigene Auswahl zu begründen. *
Luis	✓	(✓)	✓	✓	(✓)	✓	(✓)	×	(✓)	(✓)
Anmerkungen (Vorgehensweise, Strategie, Besonderheiten, ...)	L. entscheidet sich für die Gewinnregel mit der höchsten Wahrscheinlichkeit und gibt eine Begründung an (Regel 1= „mehr Gewinnchancen"). Er beschreibt die Wahrscheinlichkeit der gewählten Regel implizit („mehr Gewinnchancen"), nutzt jedoch keine weiteren Fachwörter aus dem Wortspeicher (→ Förderbedarf). L. benennt die möglichen Gewinnfelder (4, 3 ,1) für jede Regel, indem er diese neben die jeweilige Regel auf dem Arbeitsblatt notiert.				L. stellt implizit Vermutungen über die erfolgreichste Gewinnregel („mehr Gewinnchancen") auf. Zur Bearbeitung der Aufgabe ermittelt L. für jede der drei Regeln die konkrete Anzahl der Möglichkeiten (4, 3, 1). Daher ist davon auszugehen, dass er die Regeln miteinander in Beziehung setzt, um sich für eine (die wahrscheinlichste) zu entscheiden („mehr Gewinnchancen" – als die anderen Regeln) und seine Entscheidung zu begründen. Wie er dabei genau vorgegangen ist, ist aus dem Dokument nicht ersichtlich (→ Förderbedarf).					
Alina	×	×	×	×	(✓)	×	×	×	×	×
Anmerkungen (Vorgehensweise, Strategie, Besonderheiten, ...)	A. erkennt die Gewinnregel mit der höchsten Wahrscheinlichkeit nicht. Sie entscheidet sich für Regel 3 und begründet ihre Entscheidung mit der höchsten zu würfelnden Augenzahl („ 6... die größte Zahl ist auf dem Würfel"). Es ist davon auszugehen, dass sie die einzelnen Augenzahlen des Würfels nicht als gleich wahrscheinlich beurteilt, was als Voraussetzung für die erfolgreiche Bearbeitung der Aufgabe anzusehen ist (→ Förderbedarf). Fachwörter aus dem Wortspeicher nutzt sie nicht und zu den anderen Regeln nimmt sie keinen Bezug.				A. stellt zwar implizit Vermutungen über die erfolgreichste Gewinnregel an, indem sie sich begründet für eine Regel entscheidet. Diese Regel entspricht aber nicht der Regel mit der höchsten Gewinnwahrscheinlichkeit. Sie bezieht sich daher auch nicht auf geeignete mathematische Regeln und nutzt keine Fachwörter zur Beschreibung des Sachverhaltes.					

Abbildung 19: *ausgefüllter Leitfaden für die Mathebriefkastenaufgabe „Würfeln mit einem Würfel"*

Reflexion	
Name	**Folgerungen (inhaltlich, organisatorisch)** Wie muss es jetzt weitergehen? Welche Fördermaßnahmen können zum Einsatz kommen?
Luis	Luis zeigt schon vielfältige Kompetenzen bei der Bearbeitung der Mathebriefkastenaufgabe im Bereich Wahrscheinlichkeit („Würfeln mit einem Würfel"). So benennt er die genaue Anzahl der Gewinnmöglichkeiten beim Würfeln mit einem Würfel und entscheidet sich begründet für die Regel mit der größten Wahrscheinlichkeit („mehr Gewinnchancen"). Zur weiteren Vertiefung seiner Wahrscheinlichkeitsvorstellung erhält er Arbeitsmaterialien zum Würfeln mit zwei Würfeln. Auffällig sind bei ihm noch Defizite im sprachlichen Bereich, weshalb noch einmal vertieft mit dem Wortspeicher gearbeitet sowie auf eine korrekte Versprachlichung geachtet wird. Zudem wird seine Darstellungskompetenz gefördert, indem von ihm eingefordert wird, seine Ergebnisse und Entdeckungen mit Tabellen, Würfelbildern etc. darzustellen.
Alina	Durch die Analyse der Diagnoseaufgabe („Würfeln mit einem Würfel") kann vermutet werden, dass Alinas Wahrscheinlichkeitsvorstellung noch nicht hinreichend ausgebaut ist, um die Aufgabe erfolgreich lösen zu können. Im Gespräch mit Alina zeigte sich zudem, dass sie noch nicht davon ausgeht, dass alle einzelnen Felder des Würfels die gleiche Wahrscheinlichkeit aufweisen, gewürfelt zu werden („weil das die größte Zahl ist"). Da dieses Wissen aber Voraussetzung ist, um die Aufgabe erfolgreich zu bearbeiten und sich Alina sehr auf hohe Zahlen (= hohe Gewinnchancen) fixiert, empfiehlt es sich zunächst mit einem Farbwürfel zu arbeiten. So kann Alina materialgestützt gefördert und zudem von ihrer Fixierung auf hohe Augenzahlen gelöst werden. Bevor Alina wieder mit einem Zahlenwürfel arbeitet, wird zunächst durch den Farbwürfel noch einmal die Gleichwahrscheinlichkeit der einzelnen Flächen eines sechsseitigen Würfels erarbeitet.

Abbildung 20: *Reflexion der Mathebriefkastenaufgaben*

Je nach individueller Situation kann der Leitfaden auch handschriftlich und stichpunktartig ausgefüllt werden (s. Abb. 21 – Abb. 22).

Aufgabe: Würfeln mit einem Würfel										
	Inhaltsbezogene Kompetenzen				Prozessbezogene Kompetenzen					
	L. erkennt die Gewinnregel mit der höchsten Wahrscheinlichkeit und gibt diese bei der Begründung an.	L. beschreibt die Wahrscheinlichkeit mit dem Würfel die Kombination(en) zu würfeln, indem Begriffe wie „sicher, wahrscheinlich, häufig, selten“ etc. verwendet werden.	L. bezieht die Wahrscheinlichkeit der Kombination(en) auf die Wahl einer Gewinnregel.	L. benennt die genaue Anzahl der Gewinnmöglichkeiten der Gewinnregel(n). *	L. stellt Vermutungen über die erfolgreichste Gewinnregel an.	L. wählt bei der Bearbeitung des Problems (Bestimmung der Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses) geeignete mathematische Regeln.	L. verwendet bei der Darstellung des mathematischen Sachverhalts geeignete Fachbegriffe (z.B. Die Wahrscheinlichkeit ist …hoch, gering, selten, häufig, immer).	L. stellt die Vorgehensweise zur Bestimmung der Wahrscheinlichkeiten bzw. die Ergebnisse schriftlich oder zeichnerisch dar. *	L. erkennt die unterschiedlichen Möglichkeiten und setzt sie in Beziehung zueinander. *	L. erläutert die unterschiedlichen Wahrscheinlichkeiten der drei Gewinnregeln und setzt diese zueinander in Beziehung, um damit die eigene Auswahl zu begründen. *
Luis	✓	(✓)	✓	✓	(✓)	✓	(✓)	x	(✓)	(✓)
Anmerkungen (Vorgehensweise, Strategie, Besonderheiten, …)	- entscheidet sich für Regel 1 - gibt Begründung an (mehr Gewinnchancen) - beschreibt Wahrscheinlichkeit implizit - keine Fachwörter (Förderbedarf) - benennt Gewinnfelder jeder Regel (4, 3, 1)				- stellt implizit Vermutungen über erfolgreichste Gewinnregel auf (mehr Gewinnchancen) - ermittelt konkrete Anzahl der Möglichkeiten (4, 3, 1) - setzt Regeln vermutlich in Beziehung, um sich für eine zu entscheiden - Vorgehensweise nicht ersichtlich (→ Förderbedarf)					
Alina	x	x	x	x	(✓)	x	x	x	x	x
Anmerkungen (Vorgehensweise, Strategie, Besonderheiten, …)	- erkennt Gewinnregel mit höchster Gewinnwahrscheinlichkeit nicht - entscheidet sich für Regel 3 - begründet Entscheidung mit höchstem Zahlenwert („6 die größte Zahl…“) - erkennt Gewinnwahrscheinlichkeit nicht (→ Förderbedarf)				- stellt implizit Vermutungen über erfolgreichste Gewinnregel an - entscheidet sich begründet für eine Regel - Auswahl entspricht nicht der Regel mit der höchsten Gewinnwahrscheinlichkeit - nutzt keine geeigneten Regeln sowie Fachwörter (→ Förderbedarf)					

Abbildung 21: *ausgefüllter Leitfaden für die Mathebriefkastenaufgabe „Würfeln mit einem Würfel“ (handschriftlich)*

Reflexion	
Name	Folgerungen (inhaltlich, organisatorisch) Wie muss es jetzt weitergehen? Welche Fördermaßnahmen können zum Einsatz kommen?
Luis	- vielfältige Kompetenzen im Bereich Wahrscheinlichkeit erkennbar - benennt genaue Anzahl der Gewinnmöglichkeiten beim Würfeln mit einem Würfel - Vertiefung der Wahrscheinlichkeitsvorstellung → Würfeln mit zwei Würfeln - Defizite im sprachl. Bereich → Wortspeicher - Darstellungskompetenz → Strichlisten, Tabellen etc.
Alina	- Wahrscheinlichkeitsvorstellung noch nicht hinreichend ausgebaut - Fixierung auf hohe Zahlen soll durch Arbeit mit Farbwürfel entgegengewirkt werden (materialgestützte Förderung) - Erarbeitung der Gleichwahrscheinlichkeit der einzelnen Flächen eines sechsseitigen Würfels

Abbildung 22: *Reflexion der Mathebriefkastenaufgaben (handschriftlich)*

Entsprechend der Folgerungen aus der Analyse der Diagnoseaufgabe wurden die geforderten Kompetenzen noch weiter konkretisiert. Alina sollte beispielsweise das „Beschreiben der Wahrscheinlichkeit von einfachen Ereignissen“ am Ende der Förderung beherrschen. Da sie sich in der Diagnoseaufgabe sehr auf den hohen Zahlenwert fixierte, wurde zum Einstieg in die Förderung ein Farbwürfel genutzt. Zunächst arbeitete sie mit einer Karte aus der Mathe-Kartei. Die Aufgabe aus der Diagnose wurde variiert, indem Alina nun mit einem Farbwürfel würfeln sollte. Wichtig war bei ihr zudem der Fokus auf der Handlungsorientierung (s. Hintergrund; Kapitel 2.2), da auch ein Gespräch mit ihr zeigte, dass sie die Gleichwahrscheinlichkeit der einzelnen Augensummen noch nicht verinnerlicht hatte.

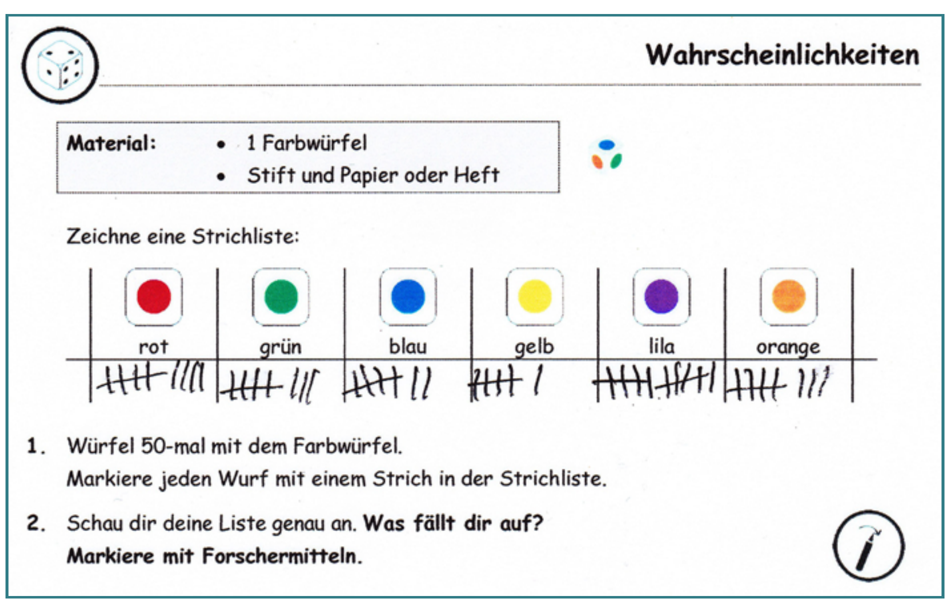


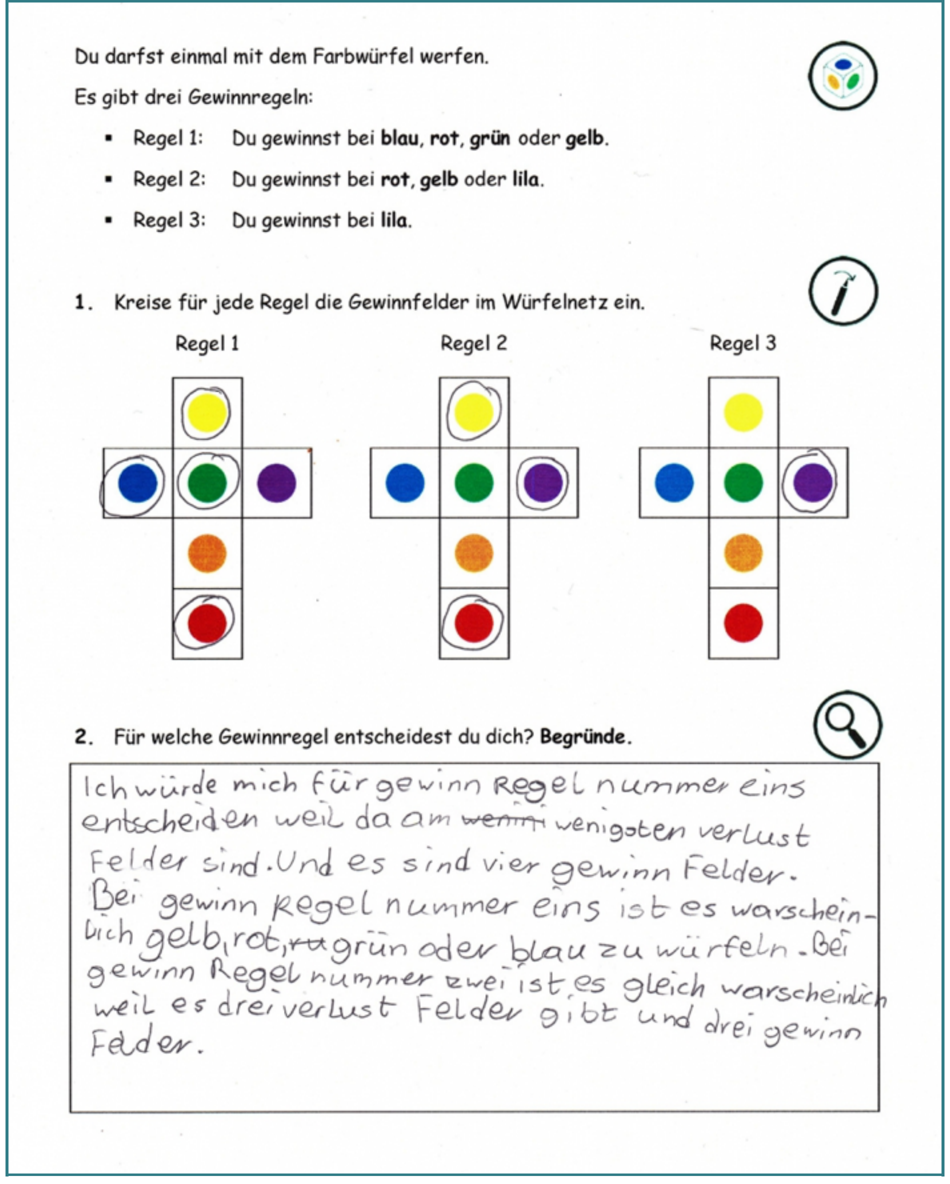
Abbildung 23: *Förderaufgabe aus der Mathe-Kartei*

In einem Reflexionsgespräch wurde mit Alina über ihre Entdeckungen gesprochen. Dabei verdeutlichte sich, dass ihr, anders als beim Zahlenwürfel, auffiel, dass die Farben ungefähr gleich oft gewürfelt wurden (Abb. 24).

Es ist eine Glückssache welche farbe man würfelt.
Alle farben sind ein mal auf dem Würfel.
Es ist gleich warscheinlich die farben zu würfeln.

Abbildung 24

In der weiteren Förderung arbeitete Alina in ihrer Mathe-Sammlung mit verschiedenen Wahrscheinlichkeits-Aufgaben (Abb. 25), in denen zunächst ausschließlich der Farbwürfel Verwendung fand. Analog zu den Zahlenwürfel-Aufgaben der anderen Kinder sollte Alina beispielsweise die Wahrscheinlichkeitsregeln des Farbwürfels auf ein Würfelnetz übertragen, wodurch ein Wechsel von der Handlung auf eine bildliche Darstellung initiiert wurde.


Du darfst einmal mit dem Farbwürfel werfen.

Es gibt drei Gewinnregeln:

- Regel 1: Du gewinnst bei **blau**, **rot**, **grün** oder **gelb**.
- Regel 2: Du gewinnst bei **rot**, **gelb** oder **lila**.
- Regel 3: Du gewinnst bei **lila**.

1. Kreise für jede Regel die Gewinnfelder im Würfelnetz ein.

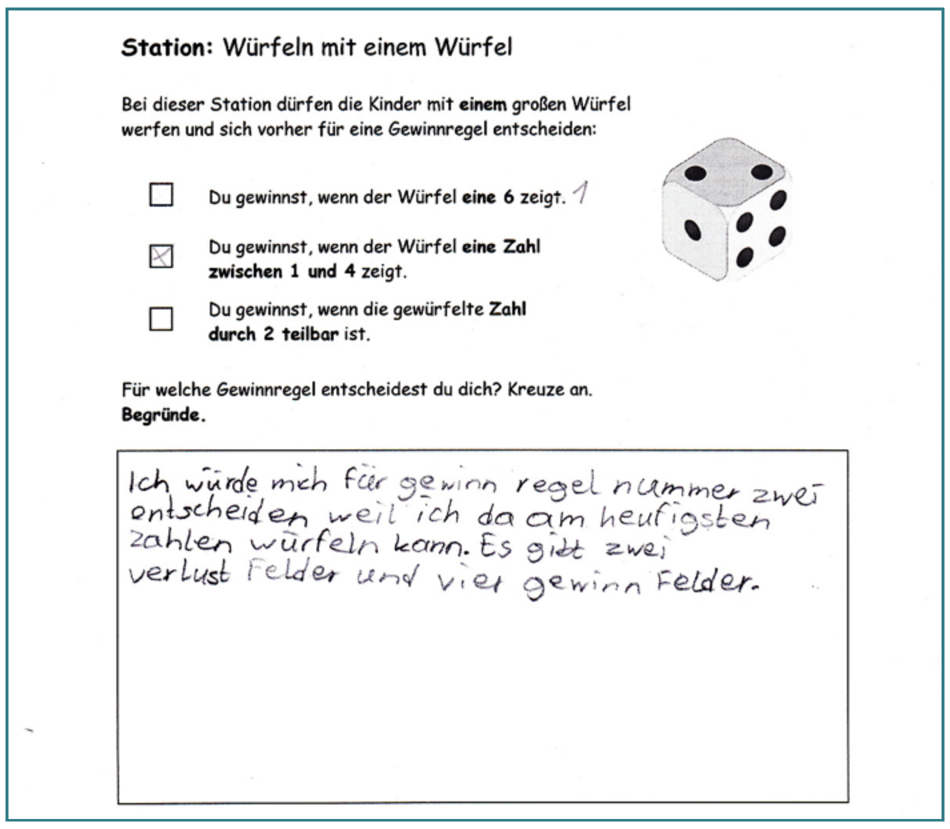
Regel 1 Regel 2 Regel 3

2. Für welche Gewinnregel entscheidest du dich? **Begründe.**

Ich würde mich für gewinn Regel nummer eins entscheiden weil da am ~~wenm~~ wenigsten verlust Felder sind. Und es sind vier gewinn Felder. Bei gewinn Regel nummer eins ist es warschein-lich gelb, rot, ~~ra~~ grün oder blau zu würfeln. Bei gewinn Regel nummer zwei ist es gleich warscheinlich weil es drei verlust Felder gibt und drei gewinn Felder.

Abbildung 25: *Förderaufgabe aus der Mathe-Sammlung*

Als Abschluss der Förderung sollte Alina nochmals die Mathebriefkastenaufgabe vom Beginn in leicht abgeänderter Form bearbeiten. Dabei fiel auf, dass sie die Erkenntnis der Gleichwahrscheinlichkeit der Flächen, auf die Aufgabe mit dem Zahlenwürfel nun korrekt übertragen konnte (Abb. 26).


Station: Würfeln mit einem Würfel

Bei dieser Station dürfen die Kinder mit **einem** großen Würfel werfen und sich vorher für eine Gewinnregel entscheiden:

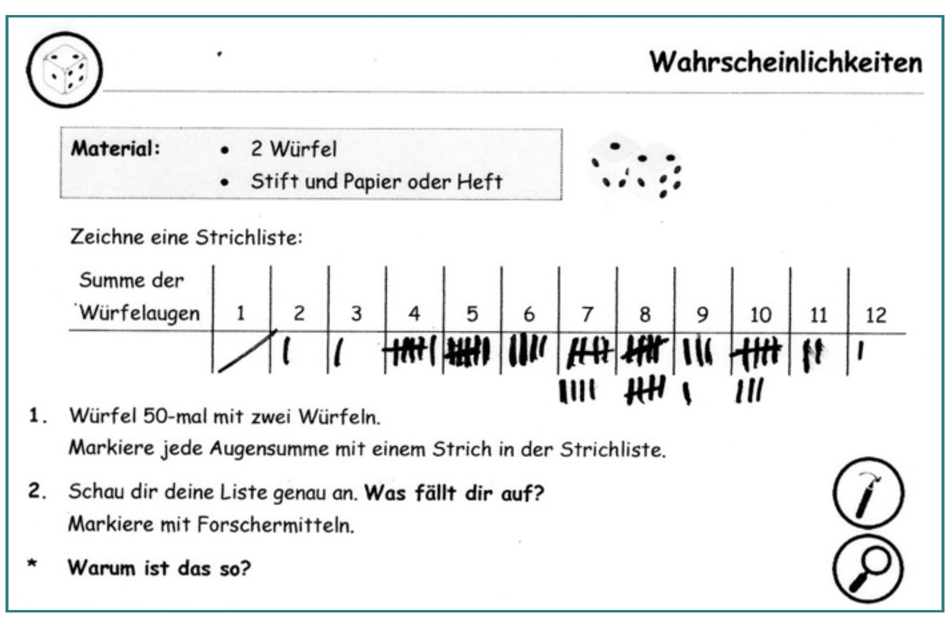
- ☐ Du gewinnst, wenn der Würfel **eine 6** zeigt. 1
- ☒ Du gewinnst, wenn der Würfel **eine Zahl zwischen 1 und 4** zeigt.
- ☐ Du gewinnst, wenn die gewürfelte **Zahl durch 2 teilbar** ist.

Für welche Gewinnregel entscheidest du dich? Kreuze an. **Begründe.**

Ich würde mich für gewinn regel nummer zwei entscheiden weil ich da am heufigsten zahlen würfeln kann. Es gibt zwei verlust Felder und vier gewinn Felder.

Abbildung 26: *Mathebriefkasten-Aufgabe*

Das Dokument von Luis (Abb. 18) zeigt schon ein gutes Wahrscheinlichkeitsverständnis. Auch für ihn wurden die Kompetenzen weiter konkretisiert. Das „Beschreiben der Wahrscheinlichkeit von einfachen Ereignissen und das Bestimmen der Anzahl verschiedener Möglichkeiten“ sollte bei ihm weiter vertieft werden. Entsprechend der Folgerungen aus der Analyse der Diagnoseaufgaben arbeitete Luis mit Karten aus der Mathe-Kartei (Abb. 27), in denen bereits Aufgaben mit zwei Würfeln gestellt wurden, die das Finden aller Kombinationsmöglichkeiten thematisierten. Der Fokus lag bei ihm auf dem Anbahnen tiefergreifender Einsichten („Warum ist da so?“), aber auch auf dem Anregen zum Verbalisieren (s. Hintergrund; Kapitel 2.2).


Wahrscheinlichkeiten

Material:
- 2 Würfel
- Stift und Papier oder Heft

Zeichne eine Strichliste:

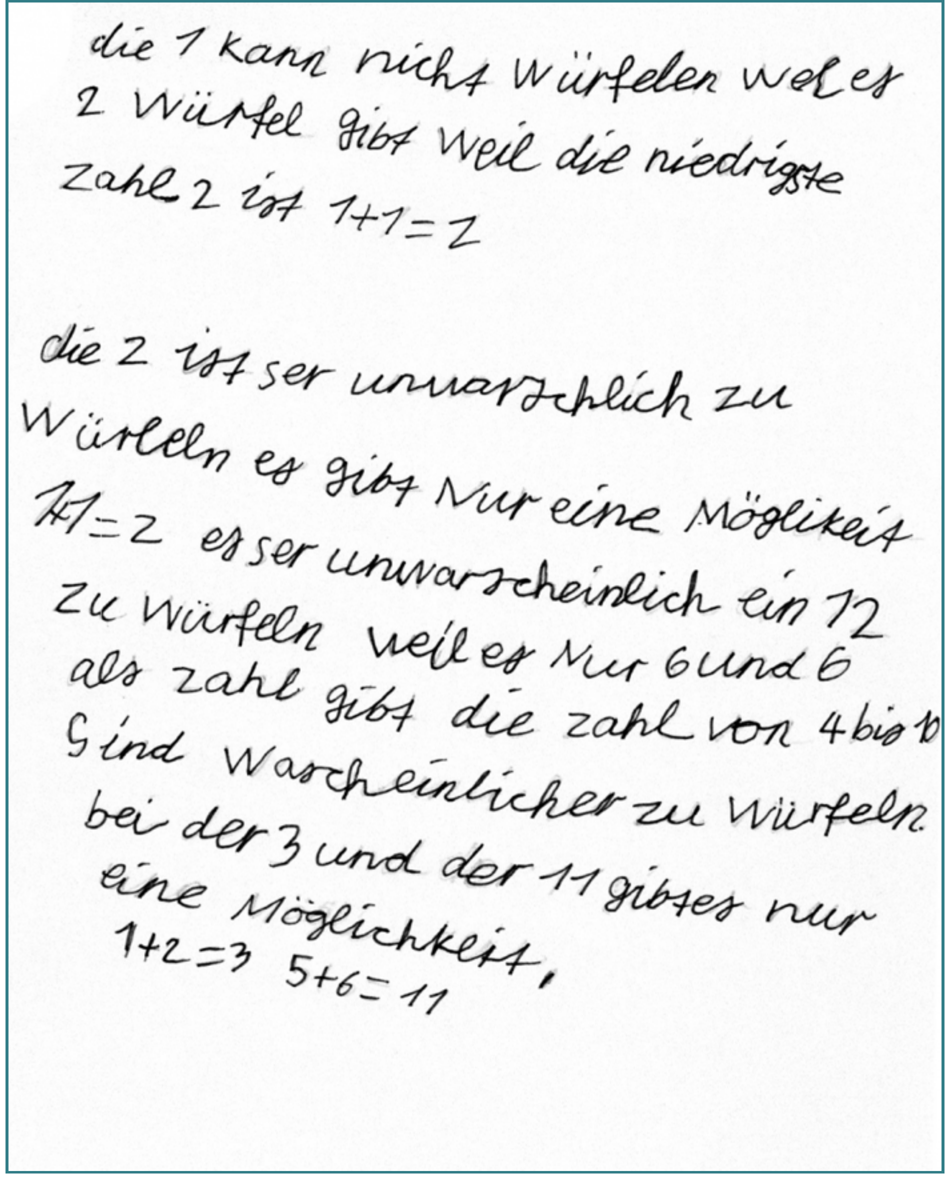
Summe der Würfelaugen	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

1. Würfel 50-mal mit zwei Würfeln. Markiere jede Augensumme mit einem Strich in der Strichliste.
2. Schau dir deine Liste genau an. **Was fällt dir auf?** Markiere mit Forschermitteln.

* **Warum ist das so?**

Abbildung 27: *Förderaufgabe aus der Mathe-Kartei*

Zu Beginn würfelte er mit zwei Würfeln und erstellte eine Strichliste. Seine gemachten Entdeckungen hielt er wie folgt fest:


die 1 kann nicht würfelen weil es 2 Würfel gibt weil die niedrigste zahl 2 ist 1+1=2

die 2 ist ser unwarschlich zu würfeln es gibt Nur eine Möglikeit 1+1=2 es ser unwarscheinlich ein 12 zu würfeln weil es Nur 6 und 6 als zahl gibt die zahl von 4 bis 10 Sind Warscheinlicher zu würfeln bei der 3 und der 11 gibtes nur eine Möglichkeit.
1+2=3 5+6=11

Abbildung 28

Eine Analyse seiner Beschreibung zeigt, dass Luis seine bisherigen Erkenntnisse zum Thema Wahrscheinlichkeit weiter ausdifferenzieren konnte. Durch das Würfeln mit zwei Würfeln und das Anfertigen einer Strichliste, erkannte er schon wesentliche Aspekte, beispielsweise, dass der Wurf einer 1 gar nicht möglich ist und dass das Werfen einer 2 oder 12 sehr unwahrscheinlich ist. Luis hatte jedoch noch Probleme seine zahlreichen Entdeckungen zu formulieren, weshalb der Wortspeicher (vgl. Abb. 29) immer wieder hinzugezogen wurde.

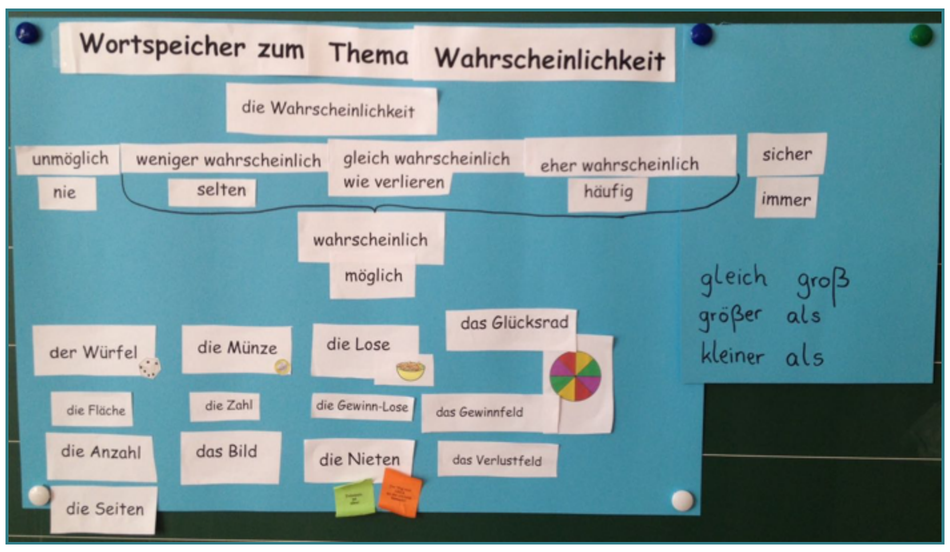
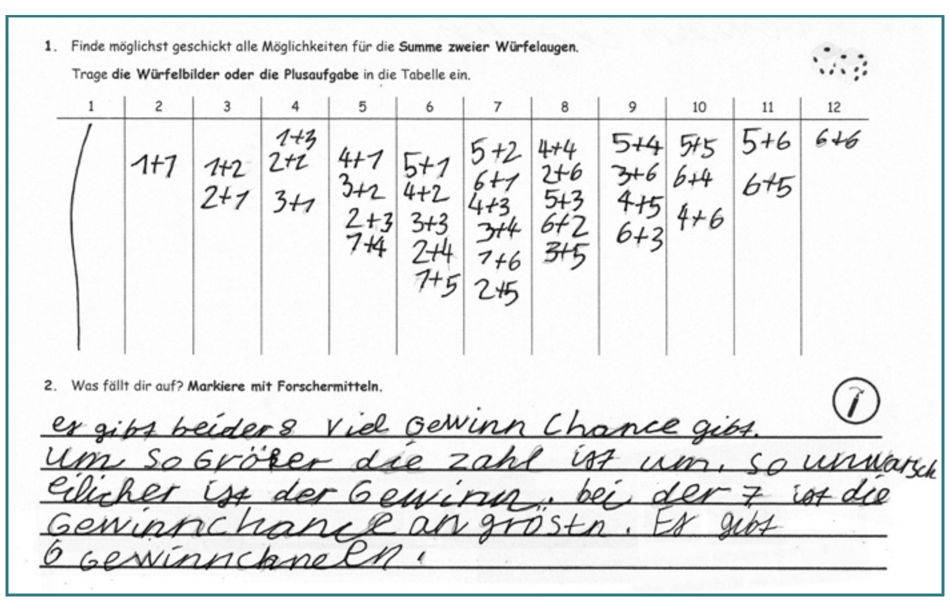


Abbildung 29: *Wortspeicher zum Thema „Wahrscheinlichkeit“*

Im weiteren Verlauf der Förderung arbeitete auch Luis in seiner Mathe-Sammlung mit differenzierten Arbeitsblättern (vgl. Abb. 30), bei denen es um das Würfeln mit zwei Würfeln und das Darstellen der Kombinationsmöglichkeiten z.B. als Plusaufgabe oder Würfelbild geht.


1. Finde möglichst geschickt alle Möglichkeiten für die **Summe zweier Würfelaugen.**
Trage **die Würfelbilder oder die Plusaufgabe** in die Tabelle ein.

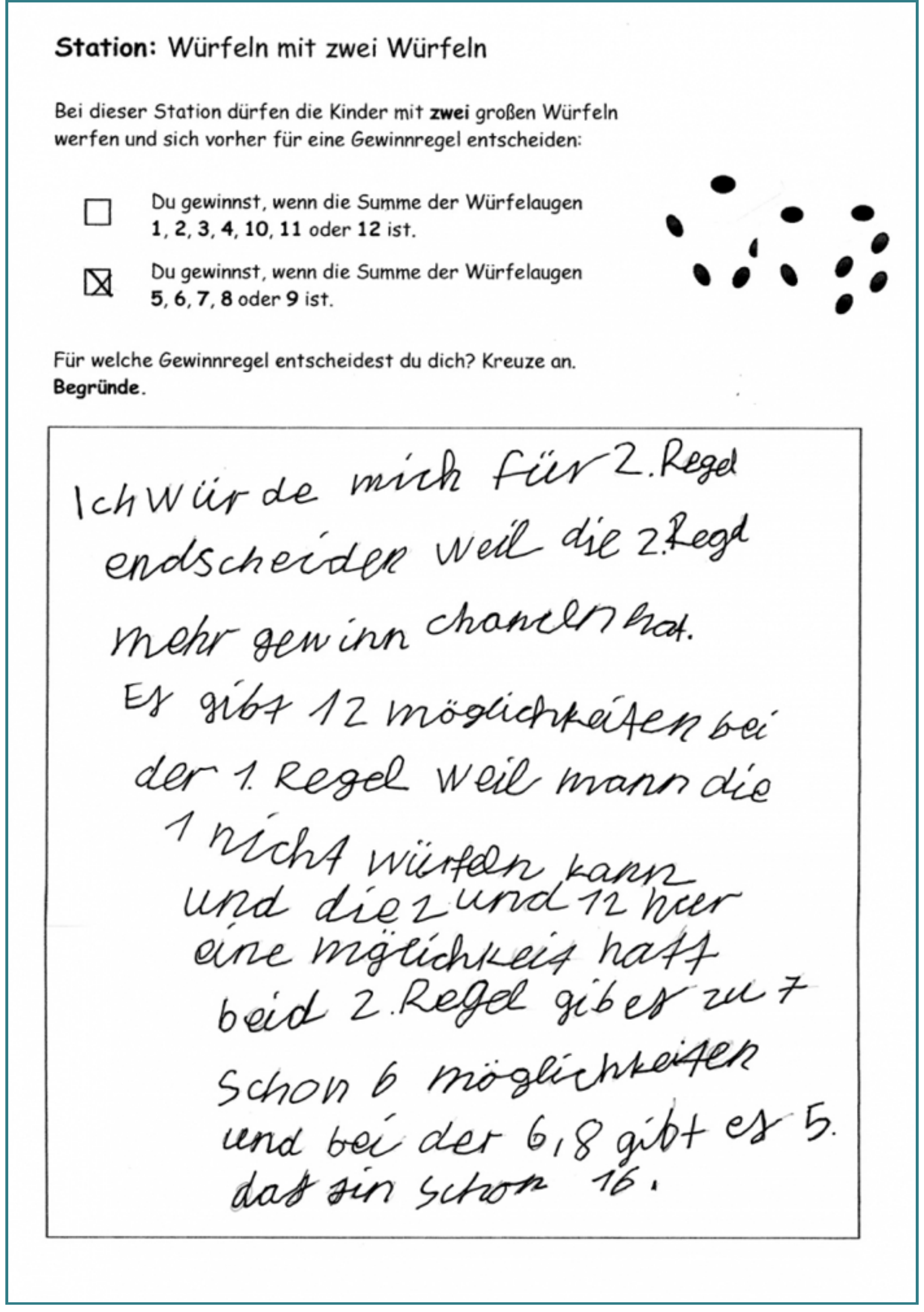
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	1+1	1+2	1+3	4+1	5+1	5+2	4+4	5+4	5+5	5+6	6+6
		2+1	2+2	3+2	4+2	6+1	2+6	3+6	6+4	6+5	
			3+1	2+3	3+3	4+3	5+3	4+5	4+6		
				1+4	2+4	3+4	6+2	6+3			
					1+5	1+6	3+5				
						2+5					

2. Was fällt dir auf? **Markiere mit Forschermitteln.**

er gibt beider 8 viel Gewinn Chance gibt. um so Gröker die zahl ist um, so unwarscheilicher ist der Gewinn. bei der 7 ist die Gewinnchance an gröstn. Er gibt 6 gewinnchnelen.

Abbildung 30: *Förderaufgabe aus der Mathe-Sammlung*

Als Abschluss der Förderung wurde für Luis eine Mathebriefkasten-Aufgabe (Abb. 31) konzipiert, welche der Aufgabe zu Beginn der Unterrichtseinheit sehr ähnlich ist. Allerdings ging es dieses Mal um zwei Würfel, angepasst an den Verlauf seiner bisherigen Förderung.



Station: Würfeln mit zwei Würfeln

Bei dieser Station dürfen die Kinder mit **zwei** großen Würfeln werfen und sich vorher für eine Gewinnregel entscheiden:

☐ Du gewinnst, wenn die Summe der Würfelaugen **1**, **2**, **3**, **4**, **10**, **11** oder **12** ist.

☒ Du gewinnst, wenn die Summe der Würfelaugen **5**, **6**, **7**, **8** oder **9** ist.

Für welche Gewinnregel entscheidest du dich? Kreuze an.
Begründe.

Ich würde mich für 2. Regel endscheiden weil die 2. Regel mehr gewinn chancen hat. Es gibt 12 möglichkeiten bei der 1. Regel weil mann die 1 nicht würfeln kann und die 2 und 12 nur eine möglichkeit hatt beid 2. Regel gibt es zu 7 schon 6 möglichkeiten und bei der 6,8 gibt es 5. das sin schon 16.

Abbildung 31: *Mathebriefkasten-Aufgabe*

Entsprechend des Diagnose- und Förderkreislaufs wurden die Ergebnisse aus der Förderung und der weiteren Diagnose anschließend erneut dokumentiert und ausgewertet, um die Entwicklung der Lernenden hinsichtlich weiterer Fördermöglichkeiten beurteilen zu können.

Weitere Anregungen

Anknüpfend an eine **durchgeführte Diagnose** und eine **zunehmend erfolgreiche Förderung** eignen sich Förderaufgaben im Sinne der Leitideen (s. Hintergrund; Kapitel 2.2) an geeigneten Stellen auch zur Durchführung in Partnerarbeit, beispielsweise durch entsprechende Aufgaben auf Karten der Mathe-Kartei (Abb. 32, s. auch Material).
Bei den Kindern des folgenden Beispiels wurden zuvor Defizite im Stellenwertverständnis diagnostiziert, welche anschließend durch spezifische Fördergespräche unter Verwendung des Vierphasenmodells allmählich beseitigt wurden (vgl. ‚Diagnosegespräche und Fördergespräche'). Um ihr neues Wissen zu festigen, empfiehlt es sich nun das bisher Erarbeitete durch geeignete **„Aufgaben zum Üben"** (s. Hintergrund; Kapitel 2.2) zu vertiefen.
Da die Kinder das Vorgehen nach dem Vierphasenmodell ausgiebig kennengelernt haben, wäre es nach einer kurzen Einweisung (vgl. Video „Einführung Vierphasenmodell") nun möglich, die Förderaufgabe zum Stellenwertverständnis in Partnerarbeit durchzuführen (vgl. Video „Zwei Kinder arbeiten nach dem Vierphasen-Modell"). Dies entlastet die Lehrkraft und kann bei den Kindern aufgrund des spielerischen Ansatzes dazu führen, die Aufgabe mit mehr Motivation zu lösen.

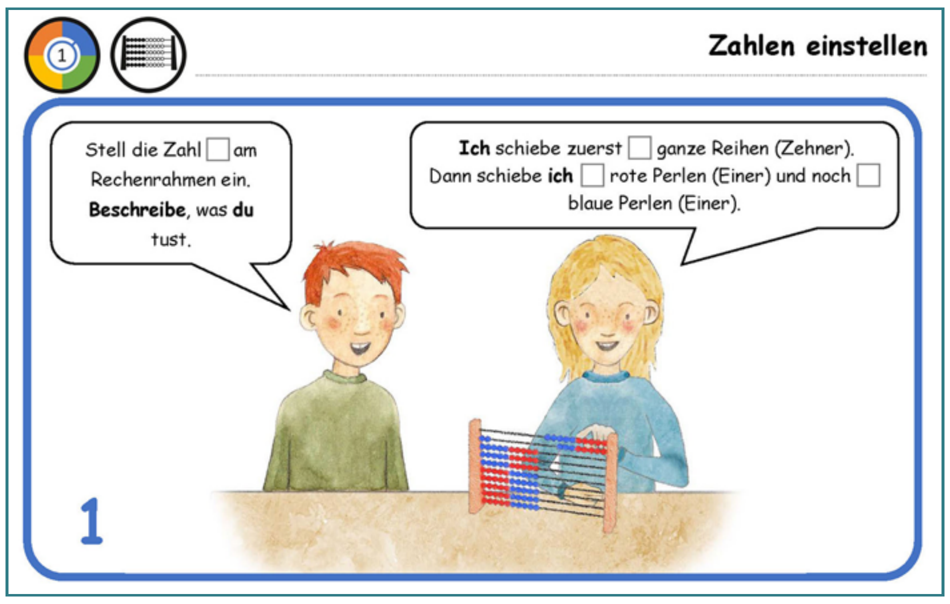
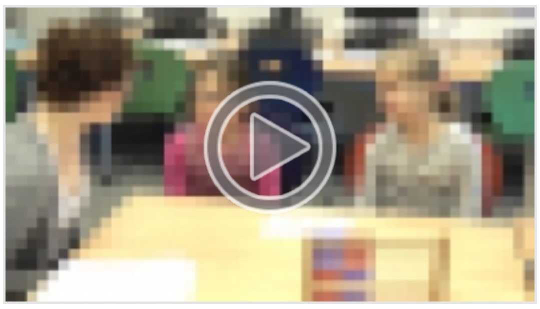


Abbildung 32: *Vierphasenmodell-Karte*



Einführung Vierphasenmodell

Zwei Kinder arbeiten nach dem Vierphasenmodell

Weitere Hinweise zur Nutzung des Vierphasenmodells finden sich auch bei PIKAS in Haus 3 (pikas.dzlm.de/420).

Hier geht es weiter zum Material

Literatur

- PIKAS. Material PIK. Ergiebige Leistungsfeststellung. Haus 9: *Unterrichts-Material. Leistungen wahrnehmen – Beispiele für „Mathebriefe“*. pikas.dzlm.de/097
- PIKAS. Material PIK. Ergiebige Leistungsfeststellung. Haus 9: *Unterrichts-Material. Leistungen wahrnehmen – Beispiele für „Standortbestimmungen“*. pikas.dzlm.de/098
- PIKAS. Material PIK. Ausgleichende Förderung. Haus 3: *Unterrichts-Material. Vorstellungen aufbauen – Vierphasenmodell*. pikas.dzlm.de/420
- Primakom. Übergreifendes. *Standortbestimmungen*. primakom.dzlm.de/250
- Sundermann, B. & Selter, Ch. (2006). *Beurteilen und Fördern im Mathematikunterricht*. Berlin: Cornelsen Verlag Scriptor GmbH & Co. KG.
- Voßmeier, J. (2012). *Schriftliche Standortbestimmungen im Arithmetikunterricht. Eine Untersuchung am Beispiel inhaltsbezogener Kompetenzen*. Wiesbaden: Springer Spektrum.