



## Kardinale und ordinale Bedeutung von Zahlen

### Gliederung der Seite

- Zahlaspekte
- Zählen als grundlegender Baustein der mathematischen Entwicklung
- Gelingende Zählprozesse
- Zählkompetenzen von Schulanfängern
- Förderung von Zählkompetenzen

### Zahlaspekte

In der Mathematik werden verschiedene **Zahlaspekte** unterschieden, die die vielfältigen Verwendungsarten natürlicher Zahlen beschreiben.

Für den Aufbau **tragfähiger Zahlvorstellungen** im Anfangsunterricht und somit für die Prävention von Rechenschwierigkeiten und die Entwicklung flexibler Rechenstrategien ist insbesondere die Entwicklung einer **kardinalen** Zahlvorstellung wesentlich. Auf dieser basiert die Fähigkeit zur strukturierten Anzahlerfassung, d.h. die Fähigkeit, auch größere Anzahlen von Elementen einer Menge bestimmen zu können, ohne diese einzeln zählen zu müssen.

**Tip:** Weitere **Informationen** zur Bedeutung der **kardinalen Zahlvorstellung** finden Sie in Teilmodul: [Zahlen schnell erkennen und darstellen](#).

Den **ersten** und **elementarsten Zugang zur Anzahlbestimmung** bei größeren Mengen stellt jedoch das **Zählen**, d.h. die Zuweisung von Zahlen zu Objekten gemäß der Ordnung der Zahlwortreihe dar. „Die Einsicht, dass gezählt werden muss, um eine Anzahl zu bestimmen, ist ein erster Erkenntnisschritt zum kardinalen Verständnis. Für den Aufbau des Anzahlbegriffes ist es wichtig, dass die Kinder vielfältige Zählerfahrungen machen und in verschiedenen Kontexten zur Anzahlbestimmung aufgefordert werden“ (Häsel Weide et al., 2013, S. 50).

Es zeigt sich, dass sich ein kardinales Zahlverständnis nicht ohne Bezug zur Zahl als Zählzahl und zur Idee der **Ordnungszahlen** entfalten lässt. Gleichzeitig kann eine kardinale Zahlvorstellung oder die Beschäftigung mit strukturierten Zahldarstellungen beispielsweise das Zählen in Schritten provozieren und so die Flexibilisierung und Weiterentwicklung von Zählstrategien unterstützen.

Der Aufbau **kardinaler und ordinaler Zahlvorstellungen** bedingt sich somit gegenseitig und ist unmittelbar aufeinander bezogen (vgl. Häsel Weide et al., 2013; Krajewski & Schneider, 2009; Wittmann & Müller, 2009).

### Kardinalzahl und Ordinalzahl

Der **Kardinalzahl- oder auch Anzahlaspekt** nimmt eine Menge von Elementen in den Blick. Zahlwörter können Mengen repräsentieren, mit ihnen kann die Anzahl von Elementen angegeben werden.

Der **Ordinalzahlaspekt** wird unterschieden in den Zählzahlaspekt (Folge der Zahlen, die beim Zählen durchlaufen wird) und in den Ordnungzahlaspekt. Ordnungszahlen geben den Platz eines Elementes in der Zahlwortreihe an (z.B. das sechste Plättchen in der Reihe, die Zahl 6 ist Vorgänger der Zahl 7 und Nachfolger der Zahl 5).

Eine Darstellung aller **Zahlaspekte** (neben dem Kardinal- und Ordinalzahlaspekt wird in der Regel noch zwischen Maßzahlaspekt, Operatoraspekt und Rechenzahlaspekt unterschieden) findet sich beispielsweise in Krauthausen & Scherer (2007) oder in Radatz & Schipper (1983).

### Schriftgröße anpassen



### Inhalte

- Unterrichtsplanung GL (Übergreifendes)
- ▾ **Zahlvorstellungen (ZR 0 bis 100)**
  - Einstieg
  - Unterricht
  - ▾ **Hintergrund**
    - **Kardinale und ordinale Bedeutung von Zahlen**
    - **Zahlen schnell erkennen und darstellen**
    - **Beziehungen zwischen Zahlen**
    - **Material**
- **Größenvorstellungen und Umgang mit Größen (Geldwerte)**
- **Zahlvorstellungen (ZR bis 1Mio.)**
- **Operationsvorstellungen (Subtraktion)**
- **Zahlenrechnen (Multiplikation)**
- **Ziffernrechnen (Multiplikation)**

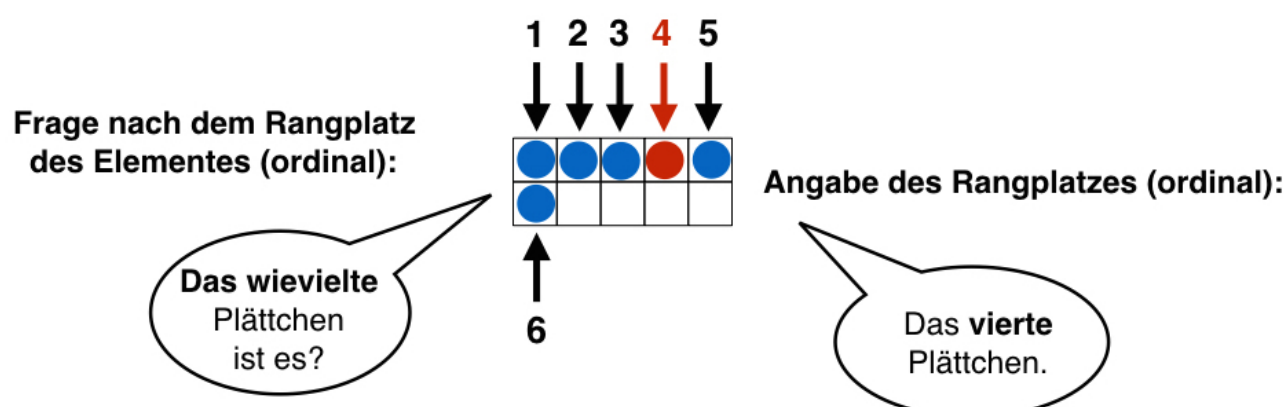
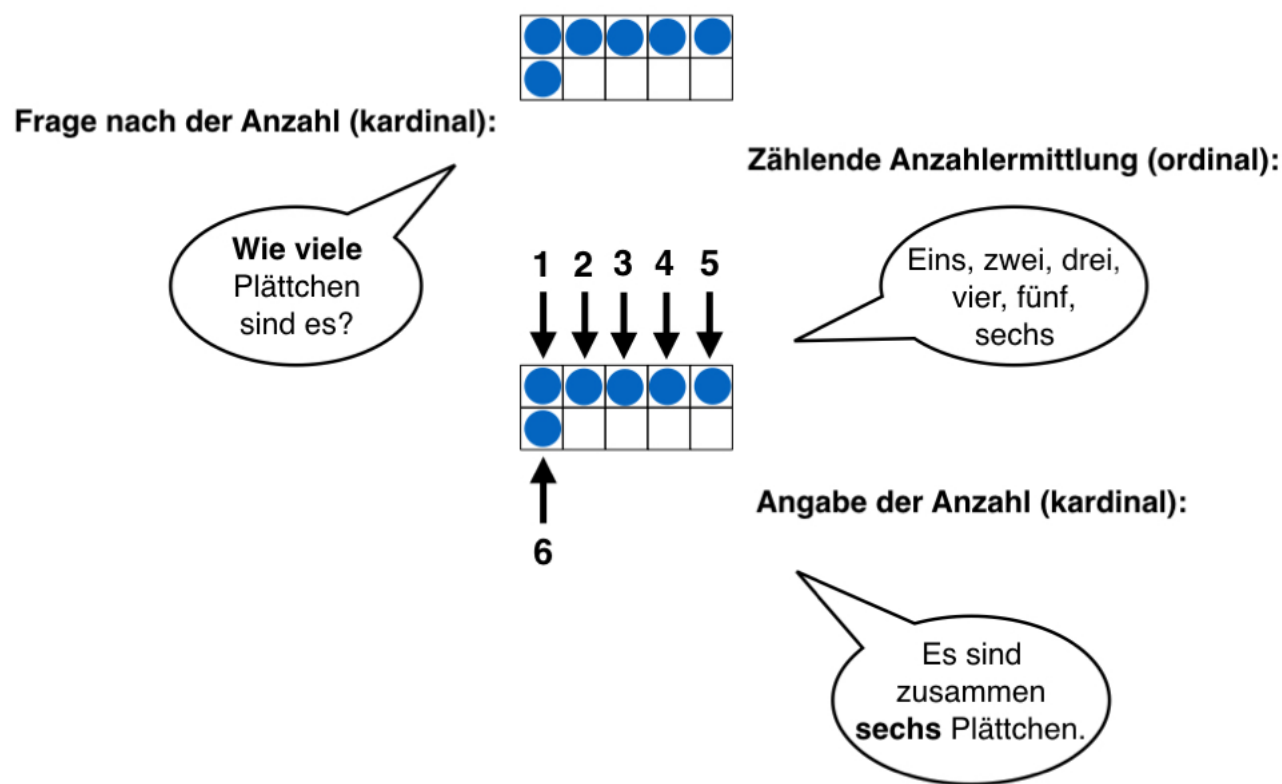


Abbildung 1

## Zählen als grundlegender Baustein der mathematischen Entwicklung

Die Fähigkeit des Zählens ist somit ein grundlegender Baustein in der mathematischen Entwicklung und bedeutsam während der gesamten Grundschulzeit.

Doch was bedeutet es genau, erfolgreich zählen zu können, und über welche Kompetenzen müssen Kinder verfügen, damit Zählprozesse gelingen?

Welche Schwierigkeiten können in Zählprozessen auftreten und wie kann die Entwicklung flexibler Zählstrategien gefördert und unterstützt werden?

Diesen Fragen wird im Folgenden nachgegangen.

### Gelingende Zählprozesse

Obwohl die Fähigkeit, zählen zu können, auf den ersten Blick eher unkompliziert erscheint, wird bei näherer Betrachtung von Zählprozessen schnell deutlich, dass sich hinter der Tätigkeit des Zählens komplexe Anforderungen verbergen.

Bereits früh – im Alter von 2 bis 3 Jahren beginnen Kinder ihre Umgebung (auch) zählend zu erkunden. Fragt man Kinder in diesem Alter, ob sie schon zählen können, dann nennen sie oft eine Abfolge von Zahlen, sie versuchen, die korrekte Folge der Zahlwortreihe zu reproduzieren (vgl. Mack, 2005).

Um aber Mengen von Elementen erfolgreich abzählen zu können, müssen Kinder nicht nur die korrekte Folge der Zahlwörter kennen, sie müssen darüber hinaus über weitere Kompetenzen verfügen. Wesentlich für den Aufbau von Zählkompetenz ist die Einsicht in verschiedene Zählprinzipien.

### Zählprinzipien

#### Prinzip der stabilen Rangfolge:

Die Reihenfolge der Zahlwörter bleibt immer gleich, d.h. dass beim Zählprozess immer die gleiche Folge an Zählzahlen durchlaufen wird.

#### Eins-Eins-Prinzip:

Man spricht von einer Eins-zu-Eins-Zuordnung, wenn jedem Element genau ein anderes Element, genau ein Zahlwort zugeordnet wird. Das bedeutet, dass keines der Elemente doppelt gezählt und keines der Elemente vergessen werden darf.

#### Kardinalprinzip:

Beim Abzählen einer Menge von Elementen gibt das zuletzt genannte Zahlwort die Gesamtzahl der Elemente an, d.h. das zuletzt genannte Zahlwort ist die Antwort auf die Frage: „Wie viele?“.

#### Prinzip der Irrelevanz der Reihenfolge:

Sowohl die Reihenfolge, in der die Elemente einer gegebenen Menge gezählt werden, als auch die Anordnung der Elemente ist für das Ergebnis des Zählprozesses irrelevant. Der Zählprozess kann bei einem beliebigen Objekt beginnen.

#### Abstraktionsprinzip:

Die zuvor genannten Prinzipien sind auf beliebige Elemente anwendbar. Sowohl konkrete Materialien aber auch Töne, Lichtsignale etc. sind zählbar. Die Objekte, die gezählt werden, müssen dabei nicht in einem inhaltlichen Zusammenhang stehen.

## Zählkompetenzen von Schulanfängern

Bereits mit Schuleintritt verfügen viele Kinder über vielfältige arithmetische Fähigkeiten. Sie bringen Kenntnisse mit, die von Lehrkräften zuweilen sogar unterschätzt werden. Gleichwohl gilt dies nicht für alle Kinder am Schulanfang. Vielmehr sind die Fähigkeiten und Kenntnisse der Schulanfänger ausgesprochen heterogen (vgl. Krauthausen & Scherer, 2007; Schipper, 1998).

Es gibt zum einen Kinder, die bereits fehlerfrei über 100 zählen können, auf der anderen Seite gibt es Schulanfänger, die noch Schwierigkeiten mit der Zahlwortreihe bis 10 haben, die noch nicht von einer vorgegebenen Zahl aus weiterzählen oder rückwärts zählen können (vgl. Gasteiger, 2011). Zudem muss in Bezug auf Kinder mit Lernschwierigkeiten beachtet werden, dass diese in der Regel „über geringere Zählkompetenzen verfügen als Kinder ohne Schwierigkeiten [...]“ (Scherer & Moser Opitz, 2010, S. 115).

Generell gilt, dass Kinder lernen zu zählen, indem sie zählen, d.h. indem sie immer wieder die Gelegenheit erhalten, ihre Zählkompetenz zu trainieren.

Kindern mit Lernschwierigkeiten, mit fehlenden oder eingeschränkten Zählerfahrungen müssen die Gelegenheit erhalten, in der Schule grundlegende Zählerfahrungen zu machen.

Der Aufbau von Zählkompetenz „muss [...] im Unterricht besonders berücksichtigt werden, insbesondere auch, weil Zählen kulturell vermittelt wird und Kinder mit dem Zählen beginnen, wenn sie es von Eltern, Geschwistern oder anderen Personen in ihrem Umfeld hören. Mangelnde Zählkompetenz kann somit auch mit fehlenden Erfahrungen zusammenhängen“ (Scherer & Moser Opitz, 2010, S. 115).

## Förderung von Zählkompetenzen

### Verbales Zählen

Verbales Zählen beschreibt die Fähigkeit, die Zahlwörter in der korrekten Abfolge wiedergeben zu können. Fuson entwickelte bereits 1988 ein Modell, welches den **Erwerb der Zahlwortreihe** in den Blick nahm. Sie zeigt auf, dass es zwischen der Auffassung der Zahlwortreihe als Ganzheit, bei der die einzelnen Zahlwörter noch nicht als abgrenzbare Einheit wahrgenommen werden – die Zahlwortreihe ist hier vergleichbar mit einem auswendig beherrschten Lied oder Gedicht – und dem flexiblen und sicheren Gebrauch der Zahlwortreihe verschiedene Ebenen der Entwicklung gibt, auf denen sich Kinder befinden können (vgl. hierzu Fuson, 1988; Gasteiger, 2011).

#### ▼ Erwerb der Zahlwortreihe nach Fuson (1988)

##### **Ebene der noch nicht differenzierten Ganzheitsauffassung (string level)**

Die Zahlwörterfolge wird als Ganzheit aufgefasst. Die Kinder sind noch nicht fähig, die einzelnen Zahlwörter als abgrenzbare Einheiten wahrzunehmen. Die Zahlwortfolge ist hierbei vergleichbar mit einem rein auswendig beherrschten Lied oder Gedicht, kann also im eigentlichen Sinne noch nicht für das Auszählen von Mengen eingesetzt werden.

##### **Ebene der differenzierten Ganzheitsauffassung der Zahlwörterfolge (feste und unflexible Zahlwörterfolge) (unbreakable list level)**

Die einzelnen Zahlwörter werden als abgrenzbare Einheiten aufgefasst. Dem Kind gelingt ein Abrufen der Zahlwortreihe jedoch nur, wenn es mit der eins als Startzahl beginnen kann.  
(eins, zwei, drei, vier, ...)

##### **Ebene des Weiterzählen-Könnens (breakable chain level)**

Den Kindern ist es möglich, an einem beliebigen Punkt der von ihnen beherrschten Zahlwortfolge mit dem Zählen zu beginnen und an einer anderen Stelle den Zählprozess zu beenden. Die Vorgänger und Nachfolger der Zahlen können bestimmt werden und auch die Fähigkeit, rückwärts zu zählen, entwickelt sich.  
(vier, fünf, sechs, sieben, acht / vor der sieben kommt sechs und nach der sieben acht / neun, acht, sieben, sechs)

##### **Zahlwörter als zählbare Einheiten (numerable chain level)**

Die Zahlwörter selbst sind zu zählbaren Einheiten geworden. Es ist nun möglich, von einer Zahl X um eine vorgegebene Zahl von Schritten weiterzuzählen.  
(Zähle von der Zahl sechs vier Schritte weiter: sechs, sieben, acht, neun, zehn)

##### **Zweiseitige Durchlaufbarkeit der Zahlwortreihe (bidirectional chain level)**

Die vom Kind beherrschte Zahlwortfolge kann flexibel und sicher von jeder beliebigen Stelle aus sowohl vorwärts als auch rückwärts durchlaufen werden.  
(vgl. Fuson, 1988; Gasteiger, 2011)

Wichtig im **Anfangsunterricht** ist zunächst das **Lernen der Zahlwortreihe bis 20**. In der Folge müssen dann die Zahlwörter für die Zehnerzahlen erfasst werden. „Das Kind kombiniert diese Zahlen miteinander und konstruiert so selbst den Rest der Zahlwortreihe [...]. Dabei kommt es häufig zu ‚logischen Verzählungen‘ oder Fehlbenennungen wie ‚zehnhundzwanzig‘ für 30, ‚zehnzig‘ für 100“ (Schmassmann & Moser Opitz, 2008, S. 13).

Im deutschen Sprachraum werden viele Zahlwörter nicht konsistent gebildet. Diese Inkonsistenzen sowie weitere Unregelmäßigkeiten bei der Aussprache der Zahlwörter (so wird beispielsweise bei den Zahlen ab 13 zuerst der Einer und dann der Zehner genannt, während von 101 an zuerst der Hunderter und dann Einer und Zehner genannt wird), erschweren zusätzlich das Erlernen der Zahlwortreihe (vgl. Krauthausen & Scherer, 2007; Scherer & Moser Opitz, 2010).

Das Aufsagen und Lernen der Zahlwortreihe wird in der Schule oft durch Klatschen oder andere Bewegungen begleitet. Allerdings muss die Verbindung von verbalem Zählen und Bewegungen im Vorfeld genau überlegt werden, denn sie ist nicht immer hilfreich. Für viele Kinder stellt die Begleitung von Zählprozessen durch rhythmische Bewegungen eher eine zusätzliche Herausforderung dar (vgl. Scherer & Moser Opitz, 2010).

Nur dann, wenn die Kinder bereits von sich aus Zählprozesse mit Bewegungen begleiten – hier ist eine gute Beobachtung wichtig – sollten sie hierbei unterstützt werden.



Durch Zählübungen, bei denen das Zählen von Objekten im Vordergrund steht, soll die Einsicht in die **Zählprinzipien** vertieft und unterstützt werden (s.o.).

Grundsätzlich sollte Wert gelegt werden auf **Zählaktivitäten**, die von den Kindern auch als **interessant** und **sinnvoll** erlebt werden. Wichtig ist hier auch immer wieder die Förderung des kardinalen Verständnisses durch die Frage: „**Wie viele sind es zusammen?**“

Übungen zum verbalen Zählen und zur Anzahlermittlung sollten zudem immer wieder miteinander verbunden werden – es geht hier um die Bedeutung und den **Sinn von Zählaktivitäten**. Die Kinder müssen verstehen, dass wir zählen, um Anzahlen zu bestimmen und nicht, um einfach eine Folge von Zahlen aufzusagen.

Sehr wichtig ist es, die Kinder immer wieder anzuregen, über **Zählprozesse nachzudenken** und **zu sprechen**.



**Tipp:** Vertiefende Anregungen, Ideen und Übungen zur Anzahlermittlung finden Sie unter: Unterricht → Aufgabenstellungen: kompakt „Zählen von Objekten“.



### Literatur

#### Zitierte Literatur und Links

- Fuson, K.C. (1988). *Children's Counting and Concepts of Number*. New York: Springer-Verlag.
- Gaidoschik M. (2007). *Rechenschwäche verstehen – Kinder gezielt fördern: Ein Leitfaden für die Unterrichtspraxis* (1. Bis 4. Klasse). Horneburg: Persen Verlag.
- Gasteiger, H. (2011). *Mathematisches Lernen von Anfang an. Kompetenzorientierte Förderung im Übergang Kindertagesstätte - Grundschule*. Handreichung für das Programm SINUS an Grundschulen. [http://www.sinus-an-grundschulen.de/fileadmin/uploads/Material\\_aus\\_SGS/Handreichung\\_Gasteiger\\_Internet.pdf](http://www.sinus-an-grundschulen.de/fileadmin/uploads/Material_aus_SGS/Handreichung_Gasteiger_Internet.pdf). Zugriff am 30.11.2015.
- Hasemann, K. (2007). *Anfangsunterricht Mathematik*. 2. Auflage. München: Spektrum.
- Gelman, R. & Gallistel, C.R. (1978). *The Childs Understanding of Numbers*. Cambridge: Harvard University Press.
- Häsel-Weide, U., Nührenböcker, M., Moser Opitz, E. & Wittich, C. (2013). *Ablösung vom zählenden Rechnen. Fördereinheiten für heterogene Lerngruppen*. Seelze: Kallmeyer.
- Kaufmann, S. & Wessolowski, S. (2006). *Rechenstörungen: Diagnose und Förderbausteine*. 1. Auflage. Seelze: Klett und Kallmeyer.
- Keller, B. & Noelle Müller, B. (2007). Zahlen und Ziffern. In: B. Keller und B. Noelle Müller (Hg.), *Kinder begegnen Mathematik. Erfahrungen sammeln. Arbeitsmappe*. Zürich: Lehrmittelverlag.
- Krauthausen, G. & Scherer, P. (2007). *Einführung in die Mathematikdidaktik*. 3. Auflage. München: Spektrum Akademischer Verlag.
- Krajewski, K. & Schneider, W. (2009). Early development of quantity to number-word linkage as a precursor of mathematical school achievement and mathematical difficulties: Findings from a four-year longitudinal study. *Learning and Instruction*, 19, 513-526.
- Mack, W. (2005). Eins, zwei, drei, viele. [http://www.forschung-frankfurt.uni-frankfurt.de/36050383/14\\_eins\\_zwei\\_\\_\\_\\_.pdf](http://www.forschung-frankfurt.uni-frankfurt.de/36050383/14_eins_zwei____.pdf) Zugriff am 30.11.2015.
- Moser Opitz, E. (2008). *Zählen Zahlbegriff Rechnen. Theoretische Grundlagen und eine empirische Untersuchung zum mathematischen Erstunterricht in Sonderklassen*. 3. Auflage. Bern: Haupt Verlag.
- Radatz, H. & Schipper, W. (1999). *Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen*. Hannover: Schroedel.
- Scherer, P. & Moser Opitz, E. (2010). *Fördern im Mathematikunterricht der Primarstufe*. Heidelberg: Spektrum.
- Schipper, W. (1998). „Schulanfänger verfügen über hohe mathematische Kompetenzen.“ – Eine Auseinandersetzung mit einem Mythos. In A. Peter-Koop (Hg.), *Das besondere Kind im Mathematikunterricht der Grundschule*. (S. 119-140). Offenburg: Mildenerberger.
- Schmassmann, M. & Moser Opitz, E. (2008). Heilpädagogischer Kommentar zum Schweizer Zahlenbuch 2. Hinweise zur Arbeit mit Kindern mit mathematischen Lernschwierigkeiten (2. vollständig überarbeitete Auflage). Zug: Klett & Balmer.
- Wittmann, E.C. & Müller, G. (2009). *Das Zahlenbuch. Handbuch zum Frühförderprogramm*. Stuttgart: Ernst Klett-Verlag.