

# Aufgabenstellung kompakt

## Zahlen zerlegen

### Inhalt

- |   |            |
|---|------------|
| • Basisaufgabe                              | S. 1 - 6   |
| • Reduktion                                 | S. 7 - 9   |
| • Erweiterung                               | S. 10 - 12 |
| • Möglichkeiten individueller Unterstützung | S. 13 - 15 |
| • Literatur                                 | S. 15      |

## Basisaufgabe und Vertiefung

**"Immer 6 (5; 7...). Zerlege. Finde verschiedene Möglichkeiten."**

**Material: Wendepfättchen, Legerahmen, Stift, Papierstreifen mit 6 Punkten**

Im Vorfeld muss die **(mathematische) Bedeutung des Begriffes "Zerlegung"** sowie der Zusammenhang von "Zerlegung" und "Teil-Ganzes-Beziehung" mit den Kindern geklärt werden. Ausgehend von der alltagssprachlichen Verwendung des Begriffes (z.B.: "Ich zerlege eine ganze Tafel Schokolade in mehrere Teile") wird die Bedeutung des "Zerlegens einer Zahl" in den Blick genommen:

**"Ich zerlege 6 in 4 und 2."**

**("Ich zerlege eine Menge von 6 Pfättchen in die Teilmengen 4 Pfättchen und 2 Pfättchen.")**

Beachtet werden muss zudem, dass mit dem Begriff "Zerlegung" im Allgemeinen die "Zerlegung in zwei Teilmengen" assoziiert wird. Gleichwohl ist natürlich immer auch eine Zerlegung in drei oder mehr Teilmengen denkbar (vgl. hierzu auch die Aufgabenstellung **"Zerlegen von Zahlen in drei (oder mehr) Teile"** (Praxisbeispiele Erweiterung)).

Die Kinder arbeiten in Partnerarbeit. Vor ihnen liegen 6 Wendepfättchen. Ein Kind zerlegt die in einer Reihe angeordneten Pfättchen in zwei Teilmengen. Das Partnerkind beschreibt die Zerlegung. Anschließend wechseln die Kinder die Rollen.



Abbildung 1

Die sprachliche Begleitung der Handlung ist hierbei besonders wichtig und sollte immer wieder angeregt, eingefordert und geübt werden. Eine sinnvolle Unterstützung kann hierbei eine schriftliche Anleitung für die Partnerarbeit sein, bei der ein Sprachmuster vorgegeben sind.

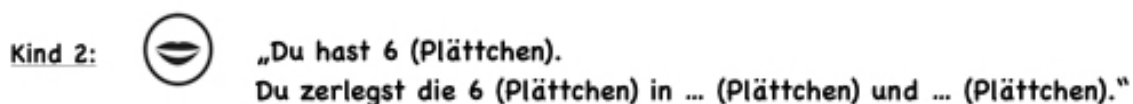


Abbildung 2

Eine alternative Möglichkeit besteht darin, den Kindern mehrere Streifen mit jeweils 6 abgebildeten Punkten zur Verfügung zu stellen und diese **knicken bzw. falten** oder **zerschneiden** zu lassen.

Anschließend werden die „zerlegten“ Streifen gelegt (aufgeklebt), die Schnittkante bzw. Faltkante wird markiert und die Zerlegungen werden benannt.

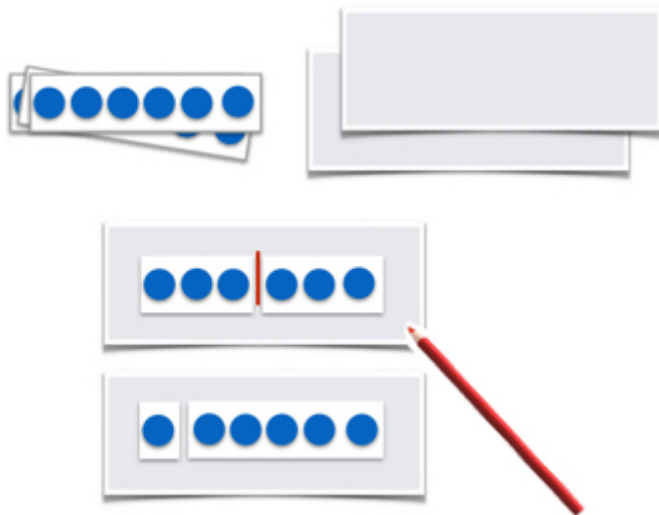


Abbildung 3

Die Kinder sollten zudem angeregt werden, die gefundenen Zerlegungen zu dokumentieren. Hier gibt es verschiedene Möglichkeiten, durch die zugleich auch verschiedene **Darstellungsebenen** miteinander **verknüpft** werden können (vgl. auch "**Dokumentation der Zerlegungen**" (s. u.) und "**Verknüpfen verschiedener Zerlegungsdarstellungen**" (Praxisbeispiele Reduktion):

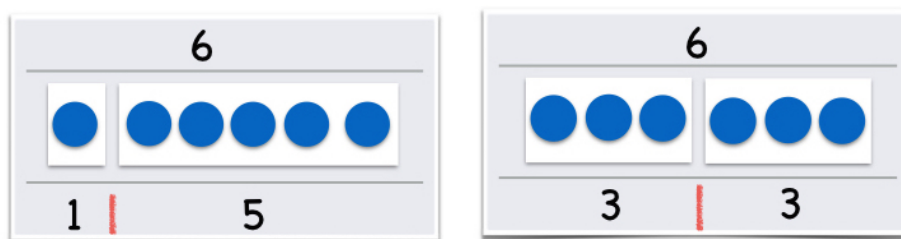


Abbildung 4

- **Dokumentation der Zerlegungen.**

**Material: AB, Papierstreifen zur Notation, Papierstreifen mit 6 Punkten**

Eine vertiefende Aktivität besteht in der Dokumentation der gefundenen Zerlegungen.

Hier gibt es verschiedene Möglichkeiten:

Zum einen kann eine tabellarischen Übersicht erstellt werden. Die Kinder zeichnen die Zerlegungen ein und notieren die entsprechenden Zahlen. Einige Kinder werden bei der Dokumentation der Zerlegungen bereits systematisch vorgehen und die Zerlegungen geordnet notieren. Andere Kinder sortieren die Zerlegungen im Anschluss an die Dokumentation. Damit die Zerlegungen sortiert werden können (vgl. "**Sortieren und Ordnen der gefundenen Zerlegungen**" (s. u.)), kann die Übersicht zerschnitten werden.

Immer **6** . Zerlege!

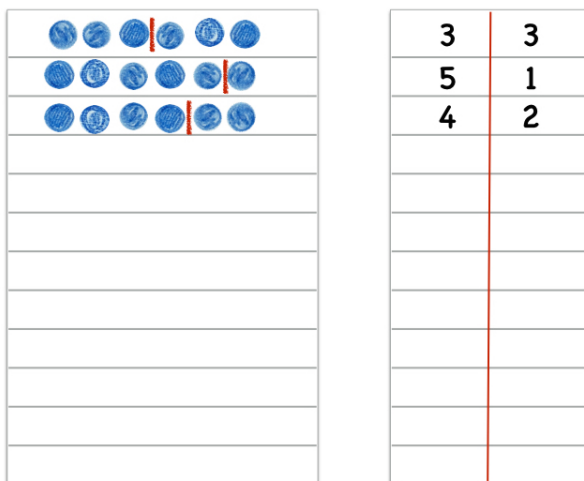


Abbildung 5

Alternativ können die Zerlegungen auch direkt auf Papierstreifen gezeichnet werden:

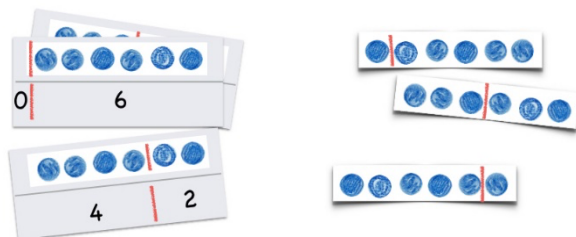


Abbildung 6

Eine weitere Möglichkeit besteht darin, den Kindern **Papierstreifen mit 6 linear angeordneten Punkten** zur Verfügung zu stellen, bei denen dann nur noch ein Trennstrich zwischen die Teilmengen gezeichnet wird:

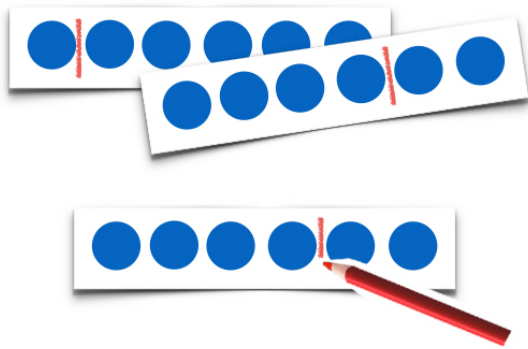


Abbildung 7

Neben der zeichnerischen / ikonischen Dokumentation der Zerlegungen gibt es verschiedene Möglichkeiten die Zerlegungen mit Zahlen zu bezeichnen und auf der symbolischen Ebene zu dokumentieren (vgl. auch die tabellarische Übersicht oben):

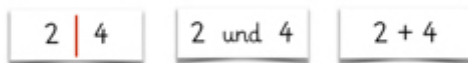


Abbildung 8

- **Sortieren und Ordnen der gefundenen Zerlegungen.**

**Material: Sortiertafel / Dokumentationen der gefundenen Zerlegungen**

Die gefundenen Zerlegungen zu sortieren und zu ordnen ist eine weitere wichtige Aktivität. Hier sind verschiedene Sortierungen bzw. Ordnungen möglich.

Die Kinder können sich beim Ordnen der Zerlegungen sowohl an der Plättchendarstellung als auch an den notierten Additionsaufgaben orientieren. Denkbar ist eine Ordnung bei der Bezug auf die (aufsteigende bzw. absteigende) Zahlenfolge genommen wird oder bei der die Plättchendarstellungen als Muster angeordnet werden.

Ziel des Ordnen ist es, ein über die einzelnen Zerlegungen hinausgehendes Muster zu erkennen und die Struktur zu beschreiben: Z. B.: Wird der Stift ein Plättchen (z.B. nach rechts) weitergelegt, erhöht sich die linke Teilmenge der Plättchen um eins und die rechte Teilmenge der blauen Plättchen vermindert sich um eins. Die Gesamtmenge der Plättchen bleibt gleich („gegensinniges Verändern“).

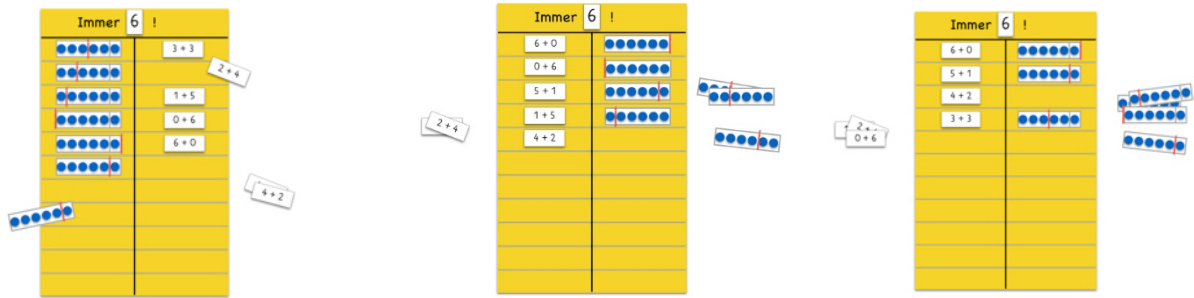


Abbildung 9

- **Beschreiben und Begründen der Anordnungen und Sortierungen**

### **Material: Sortiertafeln mit geordneten Zerlegungen**

Wesentlich ist auch das Beschreiben und Begründen der Anordnungen und Sortierungen. Die Kinder beschreiben jeweils die von ihnen vorgenommene Sortierung und vergleichen diese mit den Sortierungen der anderen Kinder.

Hierbei können Ordnungssysteme verglichen sowie fehlende Zerlegungen gefunden und ergänzt werden. Gleichzeitig geht es um die Frage, ob alle Zerlegungen gefunden wurden, wie (systematisch) vorgegangen werden kann, damit alle Zerlegungen gefunden werden bzw. wo man direkt erkennen kann, ob alle möglichen Zerlegungen notiert wurden:

**„David hat die Zerlegungen anders sortiert als Paula!. Was ist anders? Erklär mal!“**

**„Vergleiche die Sortierung von David und die Sortierung von Paula! Was fällt dir auf?“**

**„Sind das alle Möglichkeiten / Zerlegungen? Woher weißt du das?“**

**„Wie kannst du überprüfen, ob du alle Zerlegungen gefunden hast?“**

**„Wie kannst du schnell erkennen, ob du alle Zerlegungen gefunden hast?“**

**„Wie kannst du vorgehen, damit du sicher alle Zerlegungen findest?“**

- **Verknüpfen von Zerlegungsdarstellungen**

### **Material: Sortiertafel / verschiedene Darstellungen von Zerlegungen**

Die Kinder erhalten **verschiedene Darstellungen von Zerlegungen** (Plättchendarstellungen / symbolische Darstellungen / Fingerbilder / ...) und ordnen zueinander passende Darstellungen auf einer

Sortiertafel einander zu.

Der Fokus liegt hier auf der Verknüpfung bzw. Zuordnung von Repräsentanten einer Darstellungsebene bzw. zwischen Darstellungsebenen und dem Bestimmen der Teilsummanden. Variiert werden können hier - je nach Zielsetzung und den jeweiligen Lernvoraussetzungen der Kinder - die Darstellungen und die Anzahl der Darstellungen, die den Kindern zur Verfügung gestellt werden. Wobei der Schwerpunkt dieser Aufgabenstellung - im Sinne einer Vertiefung der Basisaufgabe - in der Verknüpfung von symbolischen und ikonischen Darstellungen liegen sollte.

Erfolgt der **Zugang zur Zahlzerlegung bei einem Kind über Fingerbilder**, sollten diese zusätzlich einbezogen werden. Hier bieten sich dann fokussierte Zuordnungsübungen an, bei denen der Schwerpunkt beispielsweise auf der Verknüpfung von Fingerbildern und Plättchendarstellungen liegt (vgl. hierzu die Aufgabenstellung: "**Verknüpfen ausgewählter Zerlegungsdarstellungen**" (Praxisbeispiele Reduktion)).

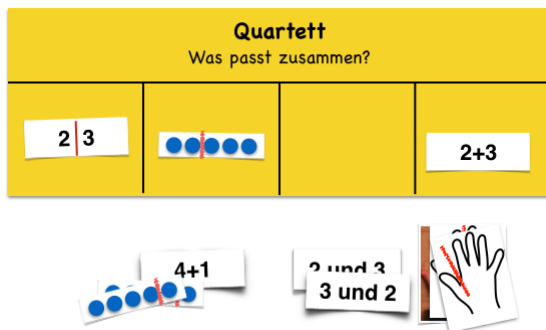


Abbildung 10

Gleichzeitig können die Zuordnungen **sprachlich** begleitet und begründet werden, z.B.:

**„Die Karten passen zueinander. Auf der einen Karte sind 5 Plättchen, zerlegt in in 2 (Plättchen) und 3 (Plättchen) und auf der anderen Karte steht 2 und 3.“**

Beispiele für Darstellungen von Zahlzerlegungen:



Abbildung 11

Alternativ kann mit den verschiedenen Zerlegungsdarstellungen wie mit Spielkarten in einem **Quartettspiel** gespielt werden.

## Reduktion

- **Zerlegen 'kleinerer' Zahlen (2; 3; 4; 5)**

**Material: Plättchen, Legerahmen, Stift, Papierstreifen mit abgebildeten Punkten**

Die Kinder zerlegen – analog zur Basisaufgabe - die in einer Reihe angeordneten Plättchen (2; 3; 4; 5) mit einem Stift in zwei Teile oder zerschneiden die Streifen und benennen die gefundenen Zerlegungen. Wird mit kleineren Zahlen gearbeitet, reduziert sich die Anzahl möglicher Zerlegungen.

- **Fokussierung auf die Zerlegungen der Zahlen 5 und 10**

**Material: Plättchen, Legerahmen, Stift, Papierstreifen mit abgebildeten Punkten**

Obwohl sicher die Kenntnis aller Zerlegungen der Zahlen von 1 bis 10 für den Aufbau und das Nutzen operativer bzw. heuristischer Strategien von grundlegender Bedeutung ist, nehmen die Zerlegungen der Zahlen 5 und 10 (20) hier doch eine besondere Rolle ein. „Grundsätzlich sind die Zerlegungen der Zahlen von 5, 10, 20 [...] besonders wichtig und müssen daher intensiv eingeübt werden“ (Km Bayern 2012, 210; vgl. auch Hasemann & Gasteiger 2014, 159).

So werden die Zerlegungen der 10 bei jeder Additions- und Subtraktionsaufgabe mit Zehnerübergang benötigt.

Beherrschen die Kinder die Zerlegungen der Zahl 5, können diese bei der Erarbeitung der Zerlegungen der Zahl 10 eine Hilfe sein:

z.B.:

$$5 = 2 + 3 \quad \text{und} \quad 10 = \mathbf{5} + 2 + 3$$

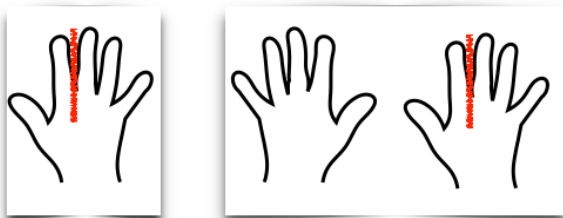


Abbildung 1



- ***Fokussierung auf das Zerlegen der Plättchendarstellung.***

**Material: Plättchen, Legerahmen, Stift, Papierstreifen mit abgebildeten Punkten**

In der Partnerarbeit zerlegt ein Kind die Plättchendarstellung. Die Bezeichnung der Teilmengen mit Zahlen wird dann von dem jeweiligen Partnerkind übernommen. Anschließend wiederholt das Kind, das die Plättchendarstellung zerlegt hat, die Bezeichnung der Teilmengen.

Eine weitere mögliche Variation der Aufgabenstellung besteht darin, nach der Zerlegung der Plättchendarstellung die Teilmengen zunächst miteinander zu vergleichen: Ein Kind beschreibt, welche der beiden Teilmengen mehr / weniger Plättchen enthält bzw. ob in beiden Teilmengen gleich viele Plättchen enthalten sind:

**„Hier sind mehr / weniger Plättchen.“**

**„Es sind gleich viele Plättchen.“**

Das Partnerkind benennt dann die konkrete Anzahl der Plättchen.

- ***Verknüpfen ausgewählter Zerlegungsdarstellungen.***

**Material: Sortiertafel / verschiedene Darstellungen von Zerlegungen**

Während bei der Aufgabenstellung „Verknüpfen verschiedener Zerlegungsdarstellungen“ (vgl. Basisaufgabe und vertiefende Aufgabenstellungen) die Zuordnung symbolischer und ikonischer Zerlegungsdarstellungen im Mittelpunkt steht und zugleich mehrere Darstellungen einander zugeordnet werden sollen, liegt der Schwerpunkt der Aufgabenstellung „Verknüpfen ausgewählter Zerlegungsdarstellungen“ im Bereich Reduktion auf der Zuordnung von jeweils **zwei (ausgewählten) Zerlegungsdarstellungen**.

Erfolgt beispielsweise der **Zugang zur Zahlzerlegung** bei einem Kind über **Fingerbilder** (vgl. hierzu „Zerlegen von Fingerbildern“ (Möglichkeiten individueller Unterstützung)), kann es sinnvoll sein, den Schwerpunkt der Zuordnungsübung auf die Verknüpfung von Fingerbildern und Plättchendarstellungen zu legen.

Da die Arbeit mit Fingerbildern im Allgemeinen auf den Zahlenraum bis 10 begrenzt ist, gilt es, die Zusammenhänge zwischen Fingerbildern und Plättchendarstellungen sichtbar zu machen, um die **Ablösung von den Fingerbildern** zu ermöglichen und produktiv zu begleiten (vgl. Häsel-Weide 2014, 33)

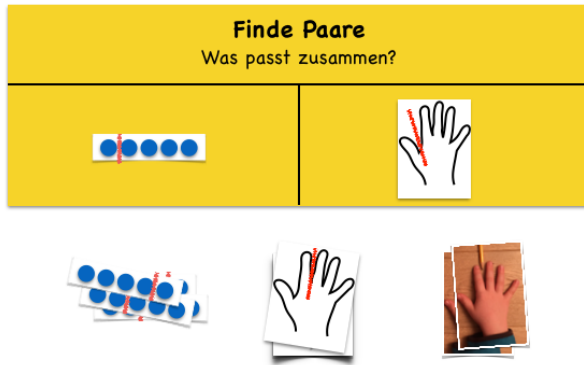


Abbildung 2

Alternativ können die verschiedenen Zerlegungsdarstellungen wie Spielkarten in einem Spiel eingesetzt werden, bei dem es um das Finden von zueinander passenden Karten geht („**Finde Paare**“).

## Erweiterung

- **Zerlegen selbst gewählter 'großer' Zahlen.**

### Material: AB mit leeren Zahlenhäusern

Die Kinder wählen Zahlen aus, zu denen sie Zerlegungen finden und in Zahlenhäuser notieren. Je nach ausgewählten Zahlen können die erstellten Zahlenhäuser im Anschluss verglichen und mögliche Analogien entdeckt werden (z.B. Zahlenhäuser zur 6 und 16).

- **Vergleichen von Zahlenhäusern**

### Material: AB mit leeren Zahlenhäusern

Die Kinder notieren die Zahlzerlegungen zu mehreren Zahlen (Nachbarzahlen) systematisch in Zahlenhäusern, vergleichen anschließend die Zahlenhäuser miteinander und notieren bzw. markieren, was ihnen auffällt.

### „Vergleiche die Zahlenhäuser. Was fällt dir auf?“

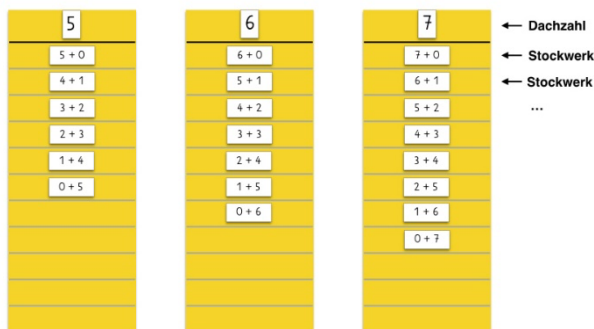


Abbildung 1

### Mögliche Entdeckungen:

- Je größer die Dachzahl, desto mehr Stockwerke sind nötig.
- Bei Häusern mit aufeinander folgenden Dachzahlen (z.B. 5,6,7,8,..) wächst die Anzahl der benötigten Stockwerke jeweils um 1.
- Die Dachzahl + 1 ergibt jeweils die Anzahl der benötigten Stockwerke.
- Verdoppelungsaufgaben kommen nur bei geraden Dachzahlen vor.
- Wenn die Anordnung der Zahlzerlegungen dem obigen Beispiel entspricht: Der zweite Summand ist in den jeweiligen Stockwerken immer gleich.
- ...

- **Zerlegen von Zahlen in drei Teile**

**Material: AB**

Die Kinder werden angeregt, eine Zahl (z.B. 6) in drei (oder mehr) Teile zu zerlegen und verschiedene Möglichkeiten zu finden.

Um die Anzahl der möglichen Zerlegungen zu begrenzen, kann es sinnvoll sein, die leere Menge als mögliche Teilmenge auszuschließen und nur Mengen mit mindestens einem Element zuzulassen - zumal es darüber hinaus schwierig ist, Zerlegungen mit leeren Teilmengen an einer Punktreihe mit Stiften darzustellen bzw. durch Zerschneiden herzustellen.

Wird die leere Menge als mögliche Teilmenge zugelassen, ist es angezeigt, die Zerlegung nur auf der symbolischen Ebene durchzuführen. Hier wird die Zerlegung beispielsweise mittels Zahlentripeln oder als Additionsaufgabe dargestellt, die die Anzahl der Elemente in einer Teilmenge bezeichnen. D.h. das Zahlentripel  $0 / 0 / 6$  entspricht einer Zerlegung in zwei leere Teilmengen und in eine Teilmenge mit 6 Elementen.

**Finde alle (verschiedene) Möglichkeiten. Wie gehst du vor?"**

**Beispiel** mit Angabe der möglichen Zahlzerlegungen.

Zerlegung der Zahl 6 in drei Teile / die leere Menge ist als Teilmenge zugelassen:

0+0+6	1+0+5	2+0+4	3+0+3	4+0+2	5+0+1	6+0+0
0+1+5	1+1+4	2+1+3	3+1+2	4+1+1	5+1+0	
0+2+4	1+2+3	2+2+2	3+2+1	4+2+0		
0+3+3	1+3+2	2+3+1	3+3+0			
0+4+2	1+4+1	2+4+0				
0+5+1	1+5+0					
0+6+0						

Abbildung 2

**Beispiel** mit Angabe der möglichen Zahlzerlegungen.

Zerlegung der Zahl 6 in drei Teile / die leere Menge ist als Teilmenge **nicht** zugelassen:

1+1+4	2+1+3	3+1+2	4+1+1
1+2+3	2+2+2	3+2+1	
1+3+2	2+3+1		
1+4+1			

Abbildung 3

- **Ergänzen von Zahlzerlegungen**

**Material: Sortiertafel, Papierstreifen mit abgebildeten Punkten, Ergänzungstreifen, Streifen mit Additionsaufgaben (ein Summand verdeckt)**

Die Kinder haben die Aufgabe, unvollständig vorgegebene Zahlzerlegungen zu ergänzen.

Vorgegeben werden Additionsaufgaben, bei denen ein Summand verdeckt ist.

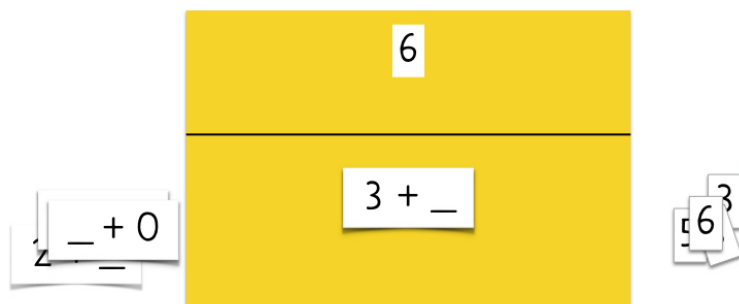


Abbildung 4

Bei Bedarf können die Ergänzungen im Anschluss überprüft werden: Auf bzw. unter eine Darstellung der Gesamtmenge werden die Teilmengen gelegt und die Passung der ergänzten Teilmengen wird kontrolliert.

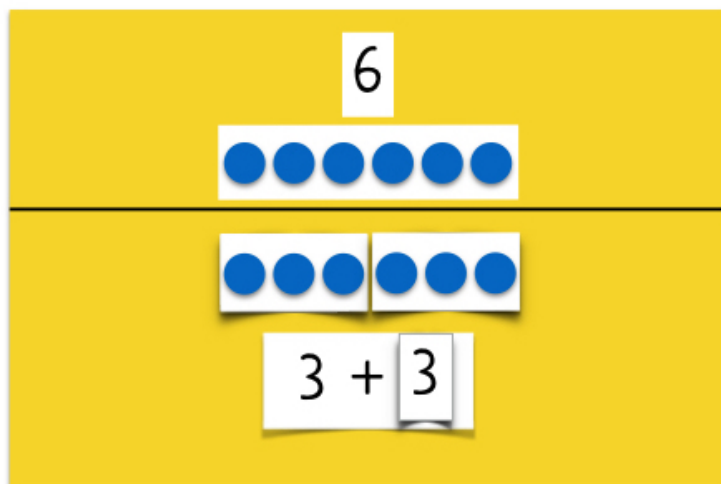


Abbildung 5

## Möglichkeiten individueller Unterstützung

- **Legen der Zahldarstellungen**

Zum Legen der Zahldarstellungen (z. B. 6 linear angeordnete Wendepfättchen) können statt Wendepfättchen auch „Wendesteine“ (Rechenschiffchen) verwendet werden. Das Verrutschen der Wendesteine kann beispielsweise durch den Einsatz einer Filzunterlage verhindert werden.

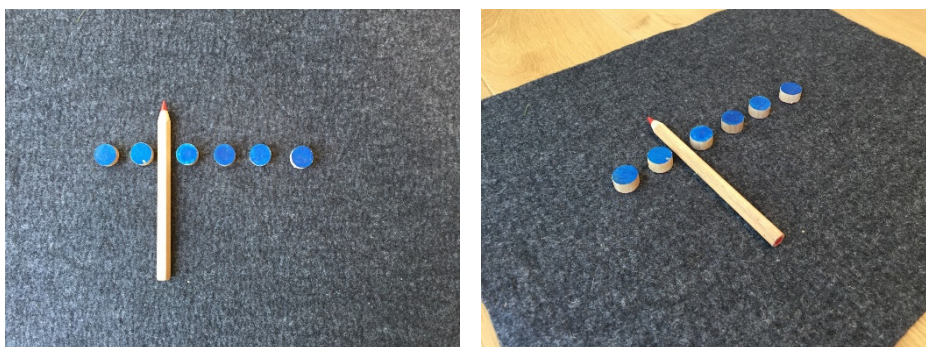


Abbildung 1

- **Dokumentieren der Zahlzerlegungen**

Statt die Zahlzerlegungen zu zeichnen, können die Kinder die Zahlzerlegungen auch mit einem Stempel dokumentieren.

**Material (Stempel):** Kreis aus Moosgummi (in Plättchengröße) / Flaschenkorken / doppelseitiges Klebeband



Abbildung 2

- **Beschreiben und Begründen der Anordnungen und Sortierungen**

Wichtig ist es zunächst, das Sprachverständnis der Kinder zu sichern, d.h. die alltagssprachliche Bedeutung und die mathematische Bedeutung des Begriffes „zerlegen“ mit den Kindern zu klären (vgl. die Erläuterungen zur

Basisaufgabe). D.h. die Kinder müssen eine Vorstellung davon entwickeln was es heißt, Zahlen zu zerlegen.

Zur Beschreibung der Muster und zum Begründen der Anordnungen und Sortierungen können die Kinder Sprachmuster verwenden und einen Wortspeicher anlegen.

Mögliche Begriffe für den Wortspeicher: **Zerlegung, zerlegen, 1. Zahl, 2. Zahl, rechts (vom Stift), links (vom Stift), zerschneiden mehr, weniger, gleich, ....**

Der Einsatz von Sprachmustern und Textbausteinen unterstützt die Kinder beim Beschreiben, Begründen und beim Übertragen des Sachverhaltes auf andere Situationen:

**„... wird zerlegt in ... und ...“, „Ich zerlege ... Plättchen in ... und in ... Plättchen.“ „Du zerlegst ... Plättchen in ... und in ... Plättchen.“ „Der erste Summand wird um ... mehr / weniger.“ etc.**

- ***Fokussieren von Teilmengen***

Zur Fokussierung und zum Hervorheben von Teilmengen der Zahldarstellungen können **farbige Folien (transparent)** eingesetzt werden.

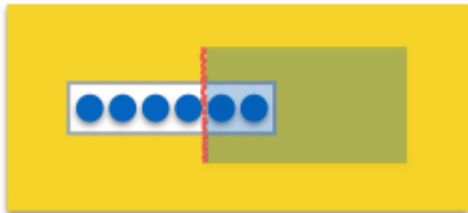


Abbildung 3

- ***Zerlegen von Fingerbildern***

Anstelle der Plättchen können - für die Zerlegung der 5 und der 10 - auch Fingerbilder eingesetzt und zerlegt werden, indem ein Stift zwischen die Finger gehalten wird. Die Arbeit an und mit Fingerbildern **kann** (muss aber nicht) für Kinder eine Hilfe sein. „Punktendarstellungen werden nur über die Augen wahrgenommen – im Unterschied zu Fingerdarstellungen, die auch über den eigenen Körpersinn erfahren werden“ (Gaidoschik 2007, 54).

Die Dokumentation erfolgt dann über das Einzeichnen von Strichen in vorgegebene Fingerbilder.





**Achtung!** Wird mit den Fingern gearbeitet, muss immer darauf geachtet werden, dass diese **ausschließlich statisch (als Fingerbild)** eingesetzt werden.

Abbildung 4

Beachtet werden sollte aber, dass die Arbeit mit Fingerbildern im Zahlenraum bis 10 durchaus sinnvoll, aber darüber hinaus kaum fortsetzbar ist. Wichtig ist deshalb auch, die Ablösung von den Fingerdarstellungen anzustreben und produktiv zu begleiten (vgl. Häsel-Weide 2014, 33; vgl. hierzu auch die folgende Aufgabenstellung: "**Sortieren von Zerlegungen**" (Praxisbeispiele Basisaufgabe)).

### Zitierte Literatur und Links

- Gaidoschik M. (2007). *Rechenschwäche verstehen – Kinder gezielt fördern: Ein Leitfaden für die Unterrichtspraxis (1. Bis 4. Klasse)*. Horneburg: Persen Verlag.
- Hasemann, K. & Gasteiger, H. (2014). *Anfangsunterricht Mathematik*. 3. Auflage. Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum.
- Häsel-Weide, U. (2014). *Vom Zählen zum Rechnen*. Heidelberg: Springer Spektrum.
- Km Bayern / Bayrisches Staatsministerium für Unterricht und Kultus (2012). *Rahmenlehrplan für den Förderschwerpunkt Lernen*. München. Download unter: <http://www.isb.bayern.de>.
- Scherer, P. & Moser Opitz, E. (2010). *Fördern im Mathematikunterricht der Primarstufe*. Heidelberg: Spektrum.