Aufgabenstellung kompakt

Zahlen darstellen

Inhalt:

- Basisaufgabe S. 1 - 7
- Reduktion S. 8 - 11
- Erweiterung S. 12 - 15
- Möglichkeiten individueller Unterstützung S. 16 - 17
- Literatur S. 18

Mathe inklusiv mit PIKAS – 2016 ©

Basisaufgabe

„Lege nach und schreibe auf."

Material:
versch. Abbildungen (Zahlenbilder), Legematerial (Mehrsystemblöcke oder Hunderterpunktefelder, Zehnerstreifen und Wendeplättchen), AB

Die Kinder erhalten verschiedene **Abbildungen (Zahlenbilder)** und als **Legematerial Mehrsystemblöcke (Dienes-Material)** oder **Hunderterpunktefelder, Zehnerstreifen** und **Wendeplättchen.**

Zahlenbild (Beispiel): **Legematerial:**

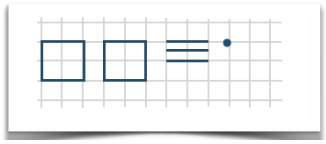
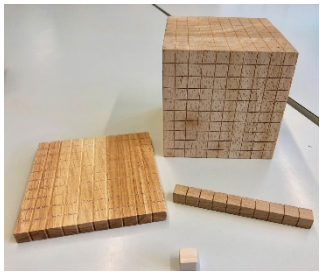


Abbildung 1



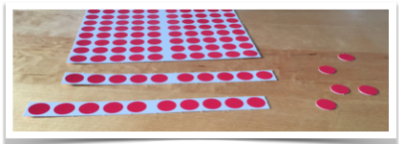


Abbildung 2: Mehrsystemblöcke
Abbildung 3: Hunderterpunktefeld, Zehnerstreifen, Plättchen

Tipp: Ausführliche Informationen zu den Vor- und Nachteilen der verschiedenen Materialien bei der Zahlraumerweiterung finden Sie in Modul Zahlvorstellungen im ZR bis 1 Mio → Hintergrund

---

Zahldarstellungen (Zahlenbilder) zeichnen und deuten:

Damit die Kinder diese abstrahierte Zahldarstellung (Quadrat, Strich und Punkt) deuten können, müssen im Vorfeld Übungen zum **Zeichnen** und **Deuten** von **Zahlenbildern** durchgeführt werden:

Abbildung 4

Die abgebildeten Zahldarstellungen werden mit dem Material nachgelegt; anschließend wird die dargestellte Zahl auf der Grundlage der Bündelungseinheiten notiert: (X Hunderter (**H**), Y Zehner (**Z**), Z Einer (**E**)).

Bei den Abbildungen gibt es neben bereits (nach Hundertern, Zehnern und Einern/ nach den Stellenwerten) **„geordneten"** Zahldarstellungen auch Abbildungen von **„ungeordneten"** Zahldarstellungen.

Tipp: Insbesondere die gedankliche Auseinandersetzung mit **„ungeordneten"** oder auch **„unkonventionellen"** Zahldarstellungen unterstützt die Entwicklung eines tragfähigen Stellenwertverständnisses. Weitere Informationen hierzu finden Sie in Hintergrund → Das dezimale Stellenwertsystem.

"Geordnete" Zahldarstellungen:

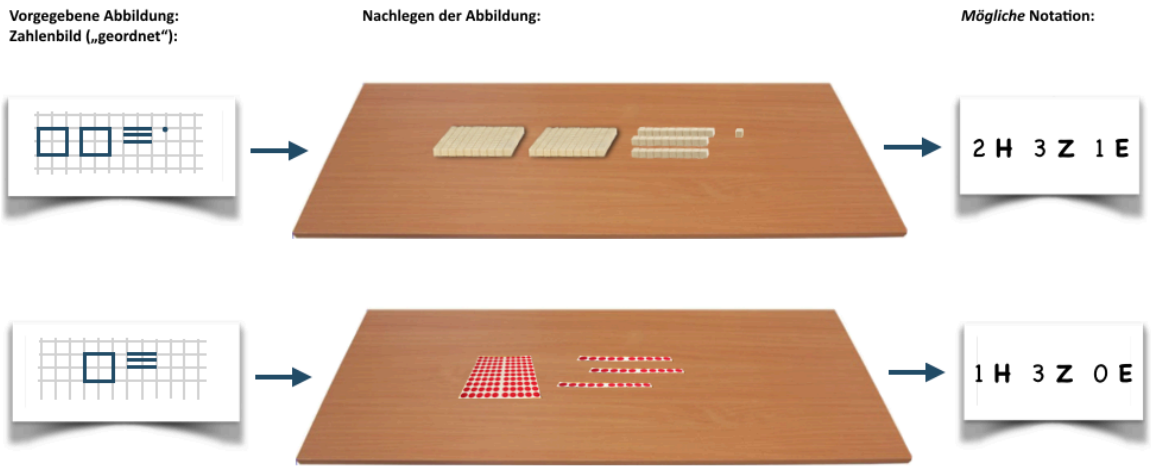


Abbildung 5

Vorgegeben werden sollten auch Zahlenbilder, bei denen beispielsweise **kein** Einer (oder Hunderter bzw. Zehner) vorgegeben ist.

"Ungeordnete" Zahldarstellungen:

Abbildung 6

Im Vordergrund dieser Aufgabenstellung steht die **Identifizierung und Unterscheidung** von **Einerwürfeln**, **Zehnerstangen** und **Hunderterplatten**.

Bestimmt und notiert wird die jeweilige Anzahl der gelegten Einerwürfel (**E**), Zehnerstangen (**Z**) und Hunderterplatten (**H**).

WICHTIG: Ordnet ein Kind das Material **nicht** nach Stellenwerten geordnet an, sollte dieses durch die Lehrkraft angeregt werden (vgl. hierzu die Aufgabenstellung:
Ordnen nach Stellenwerten und bündeln (s. u.). Unterstützend kann auch eine **Sortierunterlage** (vgl. hierzu die Möglichkeiten individueller Unterstützung) eingesetzt werden.

In Bezug auf die Notation der Zahl gibt es verschiedene Möglichkeiten:

Die Kinder notieren sowohl die **Anzahl** der gegebenen Hunderter, Zehner und Einer als auch die Angaben **H, Z** und **E** selbständig:

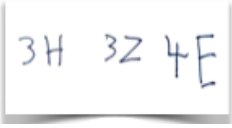


Abbildung 7

Auf einem Arbeitsblatt werden die Bündelungseinheiten (**H**underter, **Z**ehner, **E**iner) **nach Stellen geordnet** vorgegeben und die Kinder notieren die Anzahl der „Bündel" (Hunderterplatten, Zehnerstangen und Einerwürfel).

Abbildung 8

Möglich ist auch, für die Notation jeder Bündelungseinheit einen eigenen Zettel zur Verfügung zu stellen. Durch den Auftrag, diese zu sortieren,
werden die Kinder zusätzlich herausgefordert, über die **Abfolge der Stellenwerte** in einer Zahl nachzudenken.

Abbildung 9

Die Notation kann auch farbig erfolgen:

Abbildung 10

Unterstützend kann die Notation auch **farbig** erfolgen. So werden beispielsweise in der Montessori-Pädagogik die Farben grün, rot und blau zur Repräsentation der Stellenwerte bei der Zahldarstellung genutzt.
Bei der Identifizierung der einzelnen Stellen und der Unterscheidung der Stellenwerte kann die „Färbung" der Stellenwerte **zunächst** eine Hilfe sein (vgl. hierzu auch die Möglichkeiten individueller Unterstützung - Einsatz einer dreifarbigen Sortierunterlage).

Wichtig: Zu einem späteren Zeitpunkt **muss** die **Ablösung von einer farbigen Unterscheidung der Stellenwerte** erfolgen.
Geschieht dies nicht, besteht die Gefahr, dass die Zuordnung zu Stellen bzw. die Anordnung der Stellenwerte einzig auf der Grundlage einer (gelernten und auswendig gewussten)Farbfolge erfolgt.

Ordnen nach Stellenwerten

Material: versch. Abbildungen (Zahlenbilder), Legematerial (Mehrsystemblöcke oder Hunderterpunktefelder, Zehnerstreifen und Wendeplättchen), AB

In der vertiefenden Aktiviät „Ordnen nach Stellenwerten" stehen **„ungeordnete"** Zahldarstellungen im Vordergrund.

Ordnen die Kinder während der Bearbeitung der Basisaufgabe („Lege nach und schreibe auf) die Mehrsystemblöcke **nicht** direkt **nach Stellenwerten**, erhalten sie den zusätzlichen Arbeitsauftrag, die Mehrsystemblöcke zu ordnen und nach Stellenwerten geordnet zu notieren.

Wichtig ist, dass bei den vorgegebenen Abbildungen die Reihenfolge, in der die Einer, Zehner und Hunderter dargeboten werden, immer wieder wechselt (d.h. gegeben werden **„geordnete"** und **„ungeordnete"** Darstellungen).

Wird den Kindern das Material immer nur in bereits geordneter Reihenfolge angeboten, ist ein **Nachdenken über die Notation von Zahlen und die Abfolge der Stellenwerte in einer Zahl** unnötig. Allerdings soll die Überlegung, **an welche Stelle** die **Anzahl der Zehner**, die **Anzahl der Einer** oder die **Anzahl der Hunderter** notiert wird, dem Kind gerade nicht erspart bleiben, denn gerade auf das Wissen um die Bedeutung der Stelle, an der eine Ziffer steht, kommt es an.

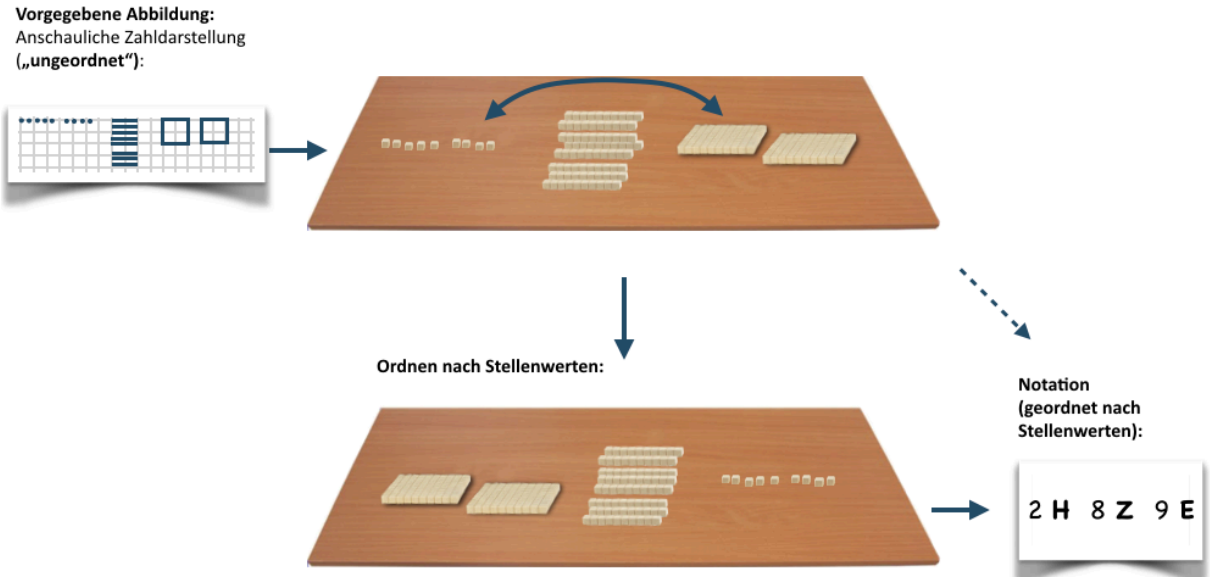


Abbildung 11

Dokumentation der Zahldarstellung

Material: versch. Abbildungen (Zahlenbilder), Legematerial (Mehrsystemblöcke oder Hunderterpunktefelder, Zehnerstreifen und Wendeplättchen), AB

Werden den Kindern „ungeordnete" oder auch „unkonventionelle" Zahldarstellungen vorgegeben, ist es sinnvoll, das **neu geordnete** Legematerial zu **dokumentieren**, indem die Kinder ein **Zahlenbild zeichnen** und die **Zahl notieren**.

Das Übertragen einer mit Material gelegten Zahldarstellung in eine gezeichnete Zahldarstellung (Zahlenbild) stellt zugleich wieder eine Übersetzung von Zahlrepräsentationen innerhalb einer Repräsentationsebene (anschauliche Zahldarstellungen) dar.

Tipp: Ausführliche Hintergrundinformationen zur Bedeutung von „Übersetzungen" (innerhalb einer Repräsentationsebene und zwischen Zahldarstellungen unterschiedlicher Repräsentationsebenen) für den Aufbau eines tragfähigen Stellenwertverständnisses finden Sie in Modul: Zahlvorstellungen im ZR bis 1 Mio → Hintergrund.

Abbildung 12

Benennen (Verbalisieren) der anschaulichen und schrift-symbolischen Zahldarstellungen

Material: versch. Abbildungen (Zahlenbilder), Legematerial (Mehrsystemblöcke oder Hunderterpunktefelder, Zehnerstreifen und Wendeplättchen), AB

Wesentlich ist auch die **sprachliche Begleitung** der vorgenommenen Handlungen und das **Benennen (Verbalisieren)** der Zahldarstellungen:

An dieser Stelle wird zunächst bewusst auf die **konventionelle Benennung** der Zahlen (wie z.B. zweihunderteinunddreißig) verzichtet.

Stattdessen wird von **Hundertern, Zehnern und Einern** gesprochen (z. B. vier Zehner, drei Einer), denn „für die Erarbeitung von Einsicht in das Bündelungsprinzip ist es nicht erforderlich und vermutlich auch wenig hilfreich, zugleich schon auf die Irregularitäten der Zahlwortbildung einzugehen" (Gaidoschik 2014, S. 178).

Tipp: Weitere **Hintergrundinformationen** und Erläuterungen zu einer Erarbeitung der Zahlensprechweise und dem Lesen und Schreiben von Zahlen (als Ziffernfolge) finden Sie in Modul Zahlvorstellungen im ZR bis 1 Mio → Hintergrund.

Beherrschen Kinder bereits die **konventionelle Zahlensprechweise**, dann können sie selbstverständlich die Zahlen auch so benennen. Dennoch ist es auch dann sinnvoll, zwischen den verschiedenen Möglichkeiten Zahlen zu bezeichnen und zu verbalisieren, zu wechseln und **über Bezeichnungen** und **Sprechweisen nachzudenken**.

Aufgabenstellung:
Das **Benennen und Verbalisieren** der Zahlenbilder bzw. Zahldarstellungen kann auch in einer **konkreten Aufgabenstellung** erfolgen:

Die Kinder arbeiten zu zweit. Eines der beiden Kinder nennt die Anzahl der Hunderter, Zehner und Einer, das andere Kind legt das entsprechende Legematerial. Die Angabe der Hunderter, Zehner und Einer kann auch ungeordnet erfolgen. Das Partnerkind hat dann zugleich die Aufgabe, das Legematerial geordnet zu legen.

Abbildung 13

Verknüpfen verschiedener Zahldarstellungen („übersetzen")

Material: Sortiertafel / verschiedene Zahldarstellungen

Die Kinder erhalten Karten mit **verschiedenen Zahldarstellungen** (anschauliche, schriftlich-symbolische und verbal-symbolische Zahldarstellungen) und ordnen **zueinander passende Darstellungen** auf einer **Sortiertafel** an.

Der Fokus liegt hier auf der Verknüpfung bzw. Zuordnung von **Repräsentanten einer Darstellungsebene** bzw. **zwischen verschiedenen Darstellungsebenen**.

Tipp: Ausführliche **Hintergrundinformationen** zur **Bedeutung von „Übersetzungen"** (innerhalb einer Repräsentationsebene und zwischen Zahldarstellungen unterschiedlicher Repräsentationsebenen) **für den Aufbau eines tragfähigen Stellenwertverständnisses** finden Sie in Modul: Zahlvorstellungen im ZR bis 1 Mio → Hintergrund.

Variiert werden können - je nach **Zielsetzung** und den jeweiligen **Lernvoraussetzungen** der Kinder - die **Darstellungen** und die **Anzahl der Darstellungen**, die den Kindern zur Verfügung gestellt werden. Wobei der Schwerpunkt dieser Aufgabenstellung - im Sinne einer Vertiefung der Basisaufgabe - zunächst in der Verknüpfung von anschaulichen und schriftlich-symbolischen Darstellungen liegen sollte (vgl. hierzu auch **Reduktion:** Verknüpfen ausgewählter Zahldarstellungen und **Erweiterung:** Vorgabe von komplexeren anschaulichen Zahldarstellungen (unkonventionelle Darstellungen).

Gleichzeitig können und sollten die Zuordnungen **sprachlich begleitet und begründet** werden, z.B.: **"Die Karten passen zueinander. Auf der einen Karte sind drei Hundertertafeln, zwei Zehnerstangen und vier Einerwürfel. Auf der anderen Karte steht: drei Hunderter, zwei Zehner, vier Einer."**

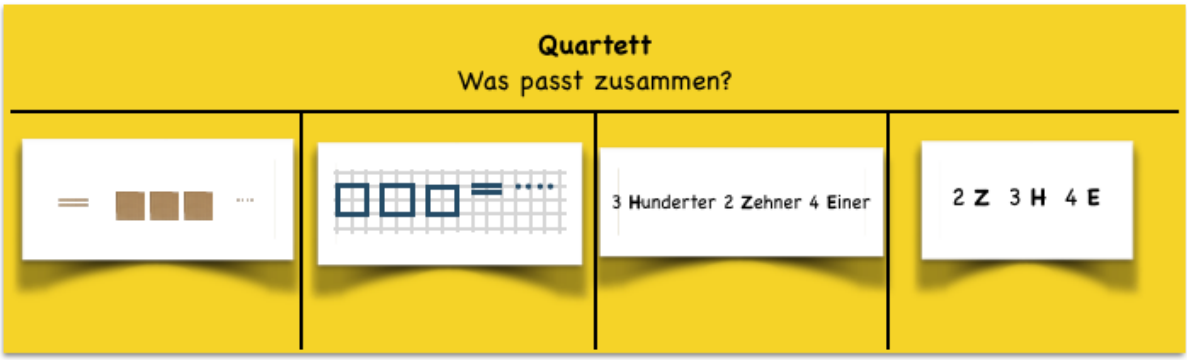


Abbildung 14

Eine Auswahl möglicher Zahldarstellungen:

Abbildung 15

Reduktion

Vorgabe von fotografierten Zahldarstellungen (Legematerialien)

Material: Fotografien von Zahldarstellungen (Mehrsystemblöcke, Hunderterpunktefelder, Zehnerstreifen, Wendeplättchen), Legematerial (Mehrsystemblöcke oder Hunderterpunktefelder, Zehnerstreifen und Wendeplättchen), AB

Analog zur Basisaufgabe erhalten die Kinder **verschiedene Abbildungen** von Zahldarstellungen und als Legematerial Mehrsystemblöcke oder Hunderterpunktefelder, Zehnerstreifen und Wendeplättchen.

Bei den vorgegebenen Abbildungen handelt es sich allerdings **nicht** um abstrahierte Zahldarstellungen (Zahlenbilder), bei denen Hunderter durch ein Quadrat, Zehner durch einen Strich und Einer durch einen Punkt dargestellt werden, sondern um Fotografien der konkreten Materialien. Hierdurch kann der Übersetzungsprozess (Abbildung → gelegtes Material) unterstützt und vereinfacht werden.

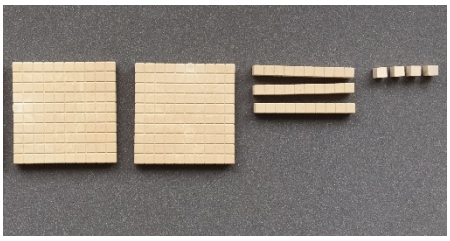


Abbildung 1

Fokussierung auf zweistellige Zahlen (Zehner und Einer)

Material: versch. Abbildungen (Zahldarstellungen), Legematerial (Mehrsystemblöcke oder Zehnerstreifen und Wendeplättchen), AB

Analog zur Basisaufgabe erhalten die Kinder **verschiedene Abbildungen (Zahlenbilder)** und als Legematerial **Mehrsystemblöcke (Dienes-Material) oder Punktefelder**, allerdings beschränkt auf den Zahlenraum bis **99**.Beispiele für mögliche Zahldarstellungen **(„geordnete" und „ungeordnete" Darstellungen)**:

Abbildung 2

Fokussierung auf das Nachlegen der Zahldarstellungen

Material: Abbildungen Zahldarstellungen, Legematerial (Mehrsystemblöcke, Zehnerstreifen, Wendeplättchen), AB

Die Aufgabenstellung wird beschränkt auf das Nachlegen der vorgegebenen Abbildungen (Zahlenbilder oder Fotografien).

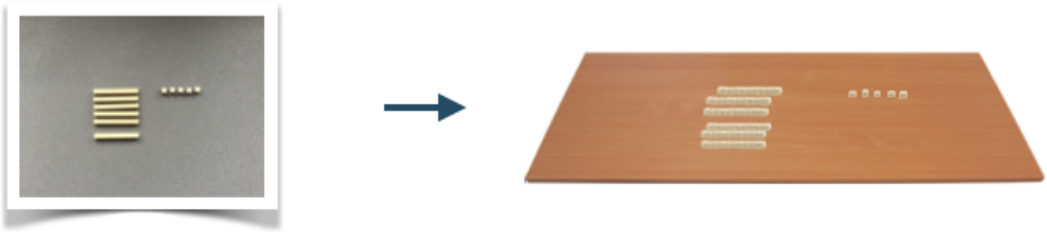


Abbildung 3

Ordnen und Sortieren von Legematerial

Material: Legematerial (Mehrsystemblöcke, Zehnerstreifen, Wendeplättchen)

Gegeben werden den Kindern beispielsweise mehrere Hunderterplatten, Zehnerstangen und Einerwürfel (unsortiert). Die Aufgabenstellung besteht darin, dass Material zu sortieren und zu ordnen:

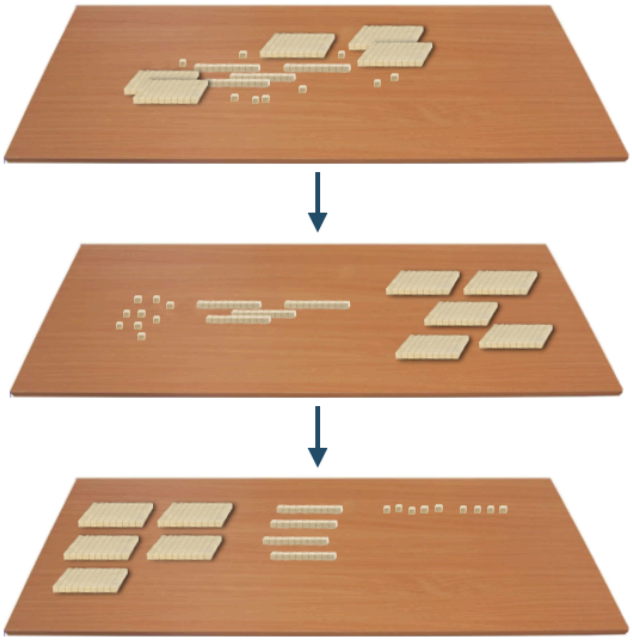


Abbildung 4

Benennen (Verbalisieren) der anschaulichen Zahldarstellungen auf Basis der Bündelungen: X Hunderter, Y Zehner, Z Einer

Material: versch. Abbildungen (Zahlenbilder), Legematerial (Mehrsystemblöcke oder Hunderterpunktefelder, Zehnerstreifen und Wendeplättchen), AB

Zeigen Kinder Schwierigkeiten und Unsicherheiten bei der Verbalisierung der Zahlen (z.B. in Zahlendrehern) sollte bei der Erarbeitung des Bündelungsprinzips **konsequent** auf die Sprechweise **X Hunderter, Y Zehner und Z Einer** geachtet werden (vgl. hierzu auch Basisaufgabe und Vertiefung: Benennen (Verbalisieren) der anschaulichen und schriftlich-symbolischen Zahldarstellungen).

Tipp: Weitere **Hintergrundinformationen** zu den **Schwierigkeiten und Hürden** beim Erwerb eines tragfähigen Stellenwertverständnisses, die sich für Kinder durch die **Zahlwortbildung** im deutschen Sprachraum ergeben sowie Erläuterungen zu einer Erarbeitung der Zahlensprechweise finden Sie in Modul Hintergrund.

Verknüpfen ausgewählter Zahldarstellungen ("übersetzen")

Material: Sortiertafel / verschiedene Zahldarstellungen

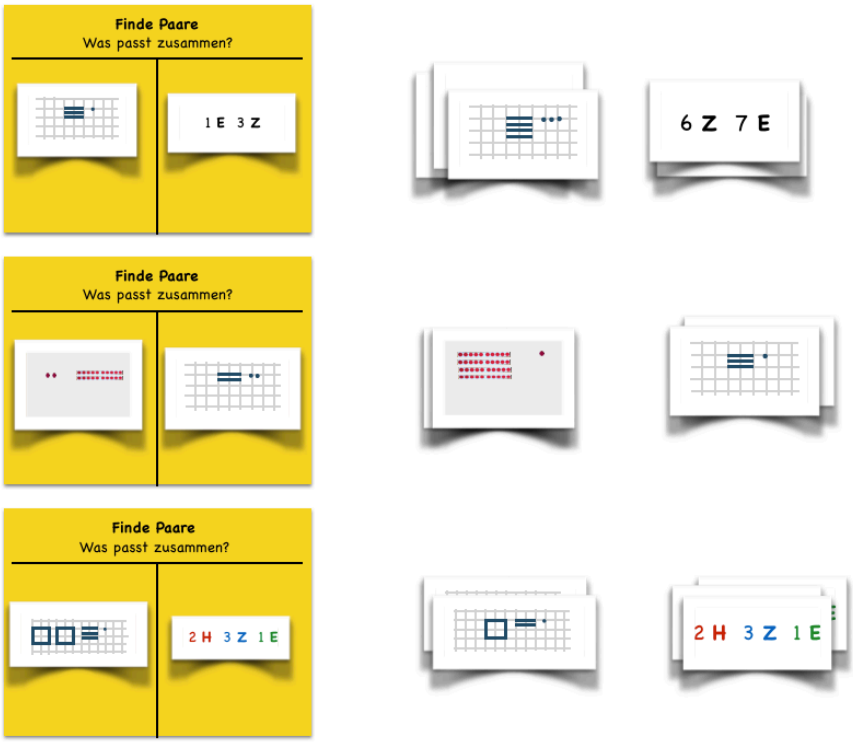
Während bei der vertiefenden Aufgabenstellung „Verknüpfen verschiedener Zahldarstellungen" zugleich mehrere Darstellungen einander zugeordnet werden sollen, liegt der Schwerpunkt der Aufgabenstellung im Bereich Reduktion auf der Zuordnung von jeweils **zwei (ausgewählten) Zahldarstellungen**.

Die **Auswahl** der eingesetzten Zahldarstellungen ist abhängig von den **individuellen Lernvoraussetzungen** der Kinder. Da insbesondere die Deutung von „ungeordneten" von Zahldarstellungen von Bedeutung ist , kann es sinnvoll sein, hier gezielt ungeordnete und geordnete Zahldarstellungen einander zuordnen zu lassen.

Beispiel für mögliche Zuordnungen:

Abbildung 5

Weitere mögliche Zuordnungen:



Erweiterung

Vorgabe von unkonventionellen Zahldarstellungen

Material: versch. Abbildungen (Zahlenbilder), Legematerial (Mehrsystemblöcke oder Hunderterpunktefelder, Zehnerstreifen und Wendeplättchen), AB

Analog zur Aufgabenstellung „Lege nach und schreibe auf" **(Basisaufgabe)** legen die Kinder bei dieser Aufgabenstellung der Erweiterung Zahlenbilder mit Legematerial nach und notieren die Zahldarstellung.

Im Gegensatz zur Basisaufgabe stehen im Vordergrund der Erweiterung allerdings **„unkonventionelle"** Zahldarstellungen mit beispielsweise 2 Hunderterplatten, 12 Zehnerstangen und 4 Einerwürfeln.

Die Kinder legen das vorgegebene Zahlenbild nach, werden angeregt, weiter zu bündeln **(„Immer zehn bündeln")** und ordnen das Material nach Stellenwerten.

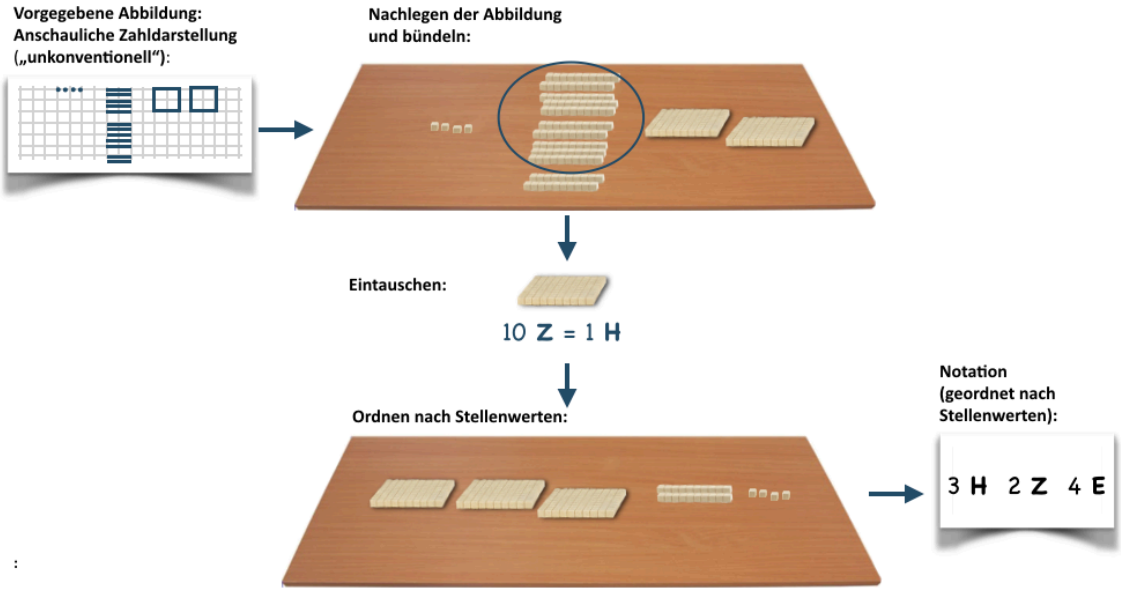


Abbildung 1

Erweiterung des Zahlenraumes (Einbezug der Tausenderstelle)

Material: versch. Abbildungen (Zahlenbilder), Legematerial (Mehrsystemblöcke oder Tausenderbuch, Hunderterpunktefelder, Zehnerstreifen und Wendeplättchen), AB

Die vorgegebenen Zahlenbilder beschränken sich nicht nur auf den Zahlenraum bis 999, sondern beziehen die Tausenderstelle ein. Analog zur Basisaufgabe legen die Kinder die Zahlenbilder mit dem Material nach und notieren die dargestellte

Zahl auf der Grundlage der Bündelungseinheiten: (_ Tausender (**T**), _ Hunderter (**H**), _ Zehner (**Z**), _ Einer (**E**)).

Neben den bereits (nach den Stellenwerten) **„geordneten"** Zahlenbildern können auch **„ungeordnete"** Zahlenbilder vorgegeben werden.

Tipp: Insbesondere die gedankliche Auseinandersetzung mit **„ungeordneten"** oder auch **„unkonventionellen"** Zahldarstellungen (vgl. hierzu auch die Aufgabenstellung:
Ordnen nach Stellenwerten) unterstützt die Entwicklung eines tragfähigen Stellenwertverständnisses. Weitere Informationen hierzu finden Sie in Modul Hintergrund → Das dezimale Stellenwertsystem.

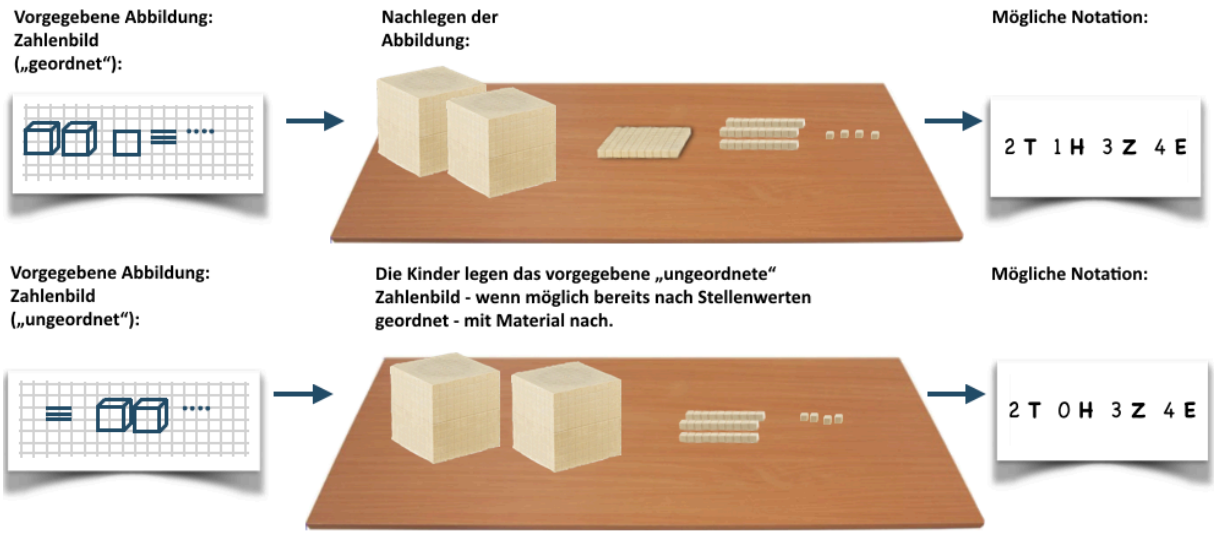


Abbildung 2

Notation der anschaulichen Zahldarstellungen (verschiedene Möglichkeiten)

Material: versch. Abbildungen (Zahlenbilder), Legematerial (Mehrsystemblöcke oder Hunderterpunktefelder, Zehnerstreifen und Wendeplättchen), AB

Analog zur Basisaufgabe werden die abgebildeten Zahldarstellungen (Zahlenbilder) mit dem Material nachgelegt. Anschließend wird die dargestellte Zahl notiert. Hier gibt es verschiedene Möglichkeiten:

Abbildung 3

Anwendung der konventionellen Zahlensprechweise

Material: versch. Abbildungen (Zahlenbilder), Legematerial (Mehrsystemblöcke oder Hunderterpunktefelder, Zehnerstreifen und Wendeplättchen), AB

Beherrschen die Kinder die konventionelle Zahlensprechweise, kann die Übersetzung der Zahlensprechweise in eine anschauliche Zahldarstellung weiter geübt und vertieft werden.

Analog zur vertiefenden Aktivität: „Benennen (Verbalisieren) der anschaulichen und schriftlich-symbolischen Zahldarstellungen" arbeiten die Kinder zu zweit. Eines der Kinder nennt eine Zahl (z.B. zweihunderteinunddreißig), das Partnerkind legt die Zahl mit dem gegebenen Material.

Abbildung 4

Alternativ kann die Zahl auch als **geschriebenes Zahlwort** vorgegeben werden:

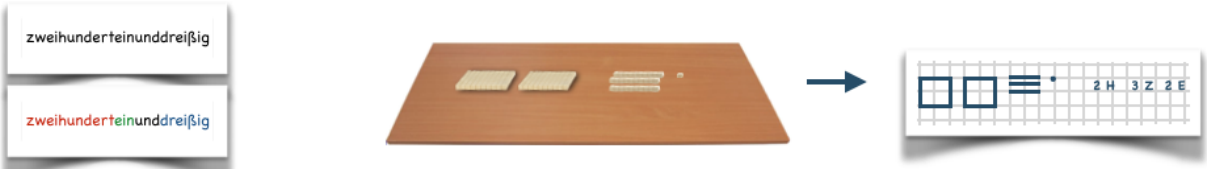


Abbildung 5

Systematisches Verändern der vorgegebenen anschaulichen Zahldarstellungen (Entbündeln)

Material: versch. Abbildungen (Zahlenbilder), Legematerial (Mehrsystemblöcke oder Hunderterpunktefelder, Zehnerstreifen und Wendeplättchen), AB

Die Kinder erhalten den Arbeitsauftrag, die gelegte Zahldarstellung **systematisch zu verändern** (z. B. „Immer 1 Zehner weniger"). Die Veränderungen in der Zahldarstellung werden dann jeweils dokumentiert (vgl. hierzu auch die verschiedenen Möglichkeiten der Notation - **Vertiefung**: Dokumentation der Zahldarstellungen und **Erweiterung**: Notation der anschaulichen Zahldarstellungen).

Einen wichtigen Aspekt dieser Aufgabenstellung stellt die **Notwendigkeit des Entbündelns** dar (vgl. hierzu auch Modul Hintergrund):

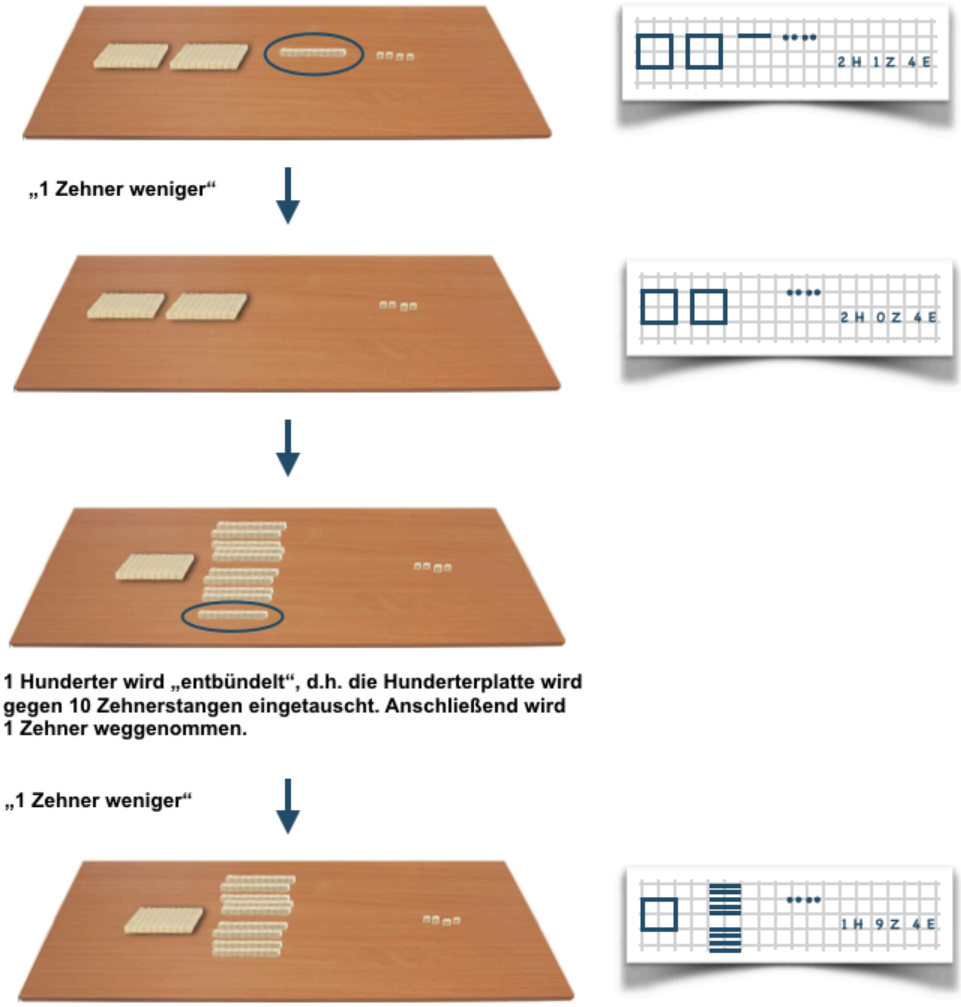


Abbildung 6

Aufgabenvariante:
Anstatt immer einen 1 E, 1 Z oder 1 H **wegzunehmen**, kann auch immer 1 E , 1 Z oder 1 H **hinzugefügt** werden. Für die Kinder kann sich dann die Notwendigkeit ergeben, neu bündeln zu müssen.

Möglichkeiten individueller Unterstützung

Legen von Zahldarstellungen

Insbesondere bei Kindern mit **Wahrnehmungsschwierigkeiten** bietet sich eine **in Abschnitte geteilte** Sortierunterlage am. Hierdurch kann das geordnete Legen der Materialien unterstützt werden.

Abbildung 1

Ordnen des Materials

Sind auf der Sortierunterlage zusätzlich beispielsweise **Abbildungen** der Hunderterplatte, der Zehnerstangen oder der Einerwürfel vorhanden, bietet die Sortierunterlage auch eine **inhaltliche Unterstützung beim Ordnen** des Legematerials nach Stellenwerten.

Abbildung 2

Auch durch den Einsatz einer farbigen Sortierunterlage kann das Ordnen des Legematerials unterstützt werden. In der Montessori-Pädagogik werden die Farben grün, rot und blau zur Repräsentation der Stellenwerte bei der Zahldarstellung genutzt (vgl. auch Notation der Zahldarstellungen - Basisaufgabe: "Lege nach und schreibe auf").

Abbildung 3

Wichtig:
Zu einem späteren Zeitpunkt **muss** die Ablösung von einer **farbigen Unterscheidung der Stellenwerte** erfolgen. Geschieht dies nicht, besteht die Gefahr, dass die Zuordnung zu Stellen bzw. die Anordnung der Stellenwerte einzig auf der Grundlage einer (gelernten und auswendig gewussten) Farbfolge erfolgt.

Dokumentation der Zahldarstellungen

Zur **Dokumentation von Zahldarstellungen** können Kinder **Stempel** nutzen. Diese können aus Mossgummi selbst hergestellt werden. Damit auch der Strich für den Zehner und der Punkt für den Einer gut sichtbar sind und die Stempel für die Kinder handhabbar, dürfen diese nicht zu klein sein. Zudem sollte auf die Größenverhältnisse der Hunderter, Zehner und Einer geachtet werden. Auch eine Dokumentation der Zahldarstellungen am Computer ist möglich.

Verbalisierung der Zahldarstellungen

Um die Zahldarstellungen versprachlichen zu können, müssen die Kinder über zentrale Begriffe und Redemittel verfügen. Gemeinsam mit den Kindern können Sprachmuster festgelegt und zentrale Begriffe erarbeitet werden (Anlegen eines Wortspeichers).

Grundlegende Begriffe und Sprachmuster:
Hunderter, Zehner, Einer, Hunderterplatte, Zehnerstange, Einerwürfel, Stellen(-wert), Lege _ Hunderter, _Zehner und _Einer, ein Zehner (Hunderter, Einer) weniger, ein Zehner (Hunderter, Einer) mehr, Auf der Karte sind _Hundertertafeln, _Zehnerstangen, _Einerwürfel abgebildet, ...

Eine Unterstützung kann es sein, wenn den Kindern **konkrete Satzbausteine** angeboten werden (z.B. auf einer Karteikarte).

Literatur

In Vorbereitung