

TEIL-GANZES-ANTEIL

Aufgabenstellung Kompakt

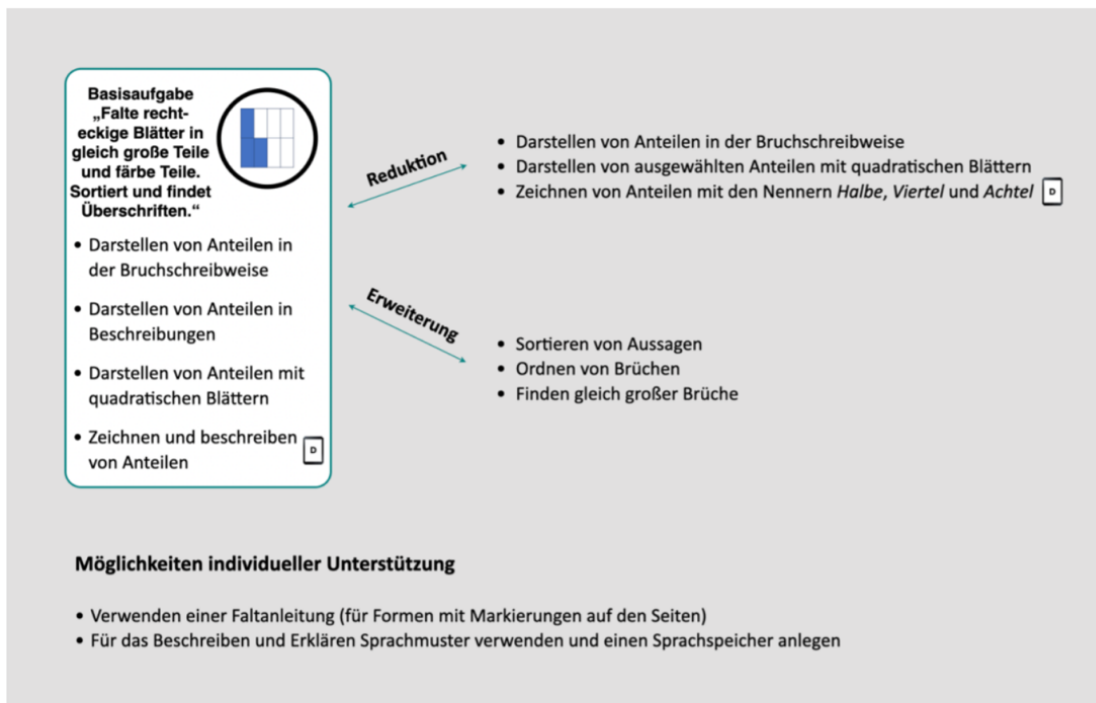


Abbildung 1: Aufgabenstellung kompakt

Basisaufgabe

„Falte rechteckige Blätter in gleich große Teile und färbe Teile.“

Material: rechteckige Blätter, Stifte, Wortkarten

Ziel dieser Basisaufgabe ist es, bei den Lernenden den Aufbau der Grundvorstellung des Anteils als Verhältnis eines Teils zu einem Ganzen zu erweitern. Nun werden auch Anteile dargestellt, die keine Stammbrüche sind.

Die Lernenden erhalten mehrere rechteckige Blätter gleicher Größe. An dieser Stelle sei angemerkt, dass keine quadratischen Blätter verwendet werden sollten, da rechteckige Blätter mehr unterschiedlich aussehende Faltungen ermöglichen. Bei quadratischem Papier führen die Faltungen hingegen zu kongruenten Teilungen.

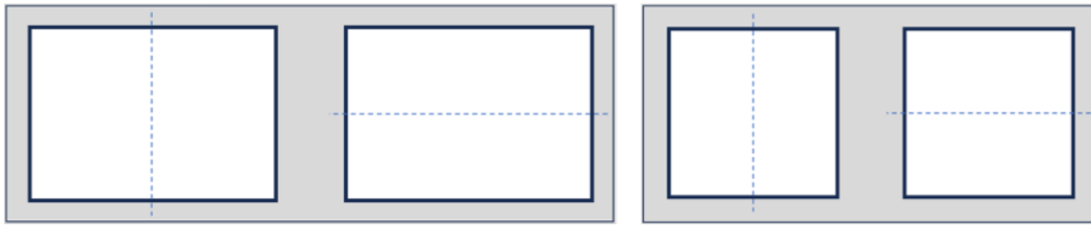


Abbildung 2: Faltergebnisse mit rechteckigen und quadratischen Blättern im Vergleich

Die Lernenden falten die Blätter jeweils in gleich große Teile. Dabei entscheiden sie selbst, in wie viele Teile das Blatt gefaltet wird und ob Anzahl und damit die Größe der Teile auf allen Blättern gleich, teilweise gleich oder unterschiedlich sein sollen.

Anschließend färben sie eine selbstgewählte Anzahl von Teilen auf jedem Blatt in derselben Farbe, wobei die gefärbten Teile nicht benachbart sein müssen und keine identisch gefärbten Blätter entstehen sollen.



Abbildung 3: Beispiele für gefärbte Falblätter

Nun folgt dieser Arbeitsauftrag:

„Sortiert eure Blätter. Besprecht: Wie habt ihr sortiert? Schreibt passende Überschriften für eure Sortierungen auf einen Klebezettel.“



Abbildung 4: Beispiel für Falblätter, aufsteigend sortiert nach Anzahl der gefärbten Teile

In der Reflexionsphase werden Vermutungen über die Sortierkriterien geäußert und ihre Passung für die Sortierungen überprüft.

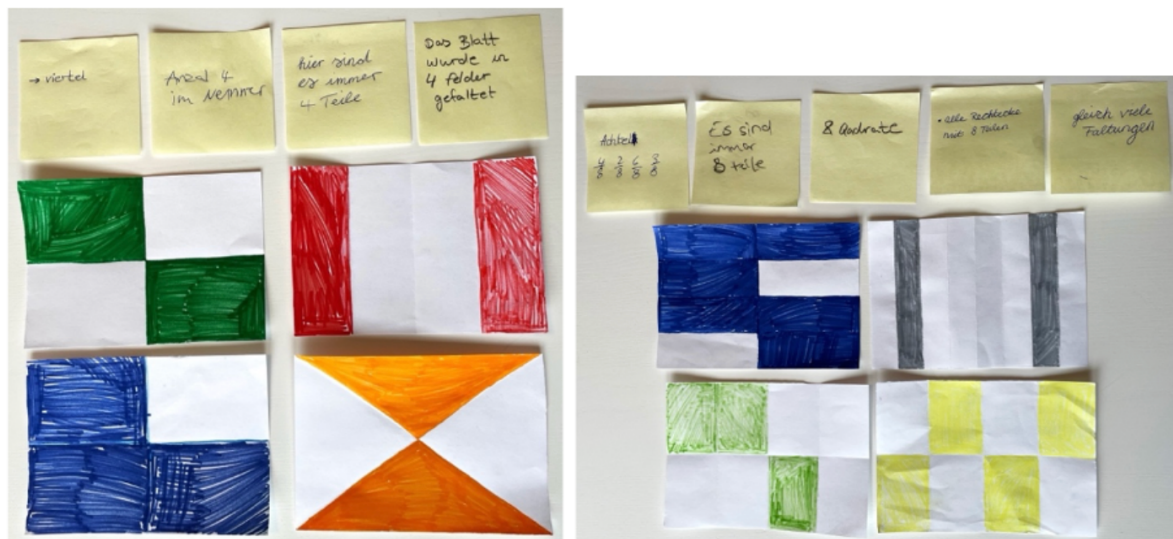


Abbildung 5: Mögliche Ergebnisse mit Vermutungen zu den Sortierkriterien

Anschließend werden gemeinsam Begriffe gesucht, mit denen die Rechteckabbildungen möglichst genau beschrieben werden können. Falls die Lernenden den Bezug zu den Stammbrüchen (ein Halbes, ein Drittel, ein Viertel usw.) noch nicht hergestellt haben, kann die Lehrkraft darauf aufmerksam machen und entsprechende Äußerungen aufgreifen, um die korrekte Benennung der gefärbten Anteile zu thematisieren, z.B.: „Ist das Blatt in acht gleich große Teile gefaltet und drei Teile davon sind gefärbt, sprechen wir von drei Achteln.“

An dieser Stelle ist es von großer Bedeutung, dass die Lernenden den Begriff „der Anteil als Verhältnis des Teils zu einem Ganzen“ (drei von acht Teilen sind gefärbt) verstehen und nutzen. Die Einführung des Begriffs kann hier in Verbindung mit der Einführung der Bruchschreibweise als Notationsform des Anteils erfolgen.

Mögliche weiterführende Impulse:

- Stellt euch gegenseitig Rätsel: „Mein Blatt hat acht gleich große Teile. Drei Teile davon sind gefärbt. Welches Blatt könnte es sein?“ Oder: „Welche Abbildung zeigt zwei Achtel?“
- Vergleicht die faltblätter mit den Anteilen zwei Viertel, drei Sechstel und vier Achtel. Was fällt euch auf? Findet Anteile, bei denen ein insgesamt gleich großer Teil des Ganzen gefärbt ist.
- Ordnet alle faltblätter mit acht gleich großen Teilen nach der Anzahl der gefärbten Teile. Was fällt euch auf? Ergänzt fehlende faltblätter.
- Stellt möglichst viele verschiedene faltblätter mit dem her, bei denen sechs von acht Teilen gefärbt sind. Was fällt euch auf?
- Leonida sagt: „Drei Viertel eines DIN A6-faltblattes und drei Viertel eines DIN A5-faltblattes stellen den gleichen Anteil dar. Ich schreibe immer $\frac{3}{4}$.“ Was meinst du dazu? Begründe deine Aussage.

Basisaktivität

Darstellen von Anteilen in der Bruchschreibweise

Material: Faltblätter aus der Basisaufgabe, Stifte, ggf. Sprachspeicher

„Schreibt den passenden Bruch auf die Rückseite des Blattes. Sortiert die Anteildarstellungen nach unterschiedlichen Merkmalen.“

Mit der Zuordnung von bildlichen Darstellungen und passenden Bruchschreibweisen festigen die Lernenden ihre Grundvorstellungen zu Anteilen und vernetzen Bild- und Symboldarstellung.

Zu Beginn dieser Basisaktivität führt die Lehrkraft die Begriffe der Bruch, der Zähler, der Bruchstrich und der Nenner ein. Es ist wichtig, dass die Lernenden die Fachbegriffe sicher verstehen und korrekt anwenden können, was die Lehrkraft durch wiederholtes Erklären, das Einbinden in vollständige Sätze, konsequentes Einfordern sowie den eigenen sprachlich korrekten Gebrauch gezielt unterstützen kann. Ein Sprachspeicher (s. Abb. 6) stellt hierbei eine nützliche Unterstützung für die Lernenden dar.

Sprachspeicher „Der Bruch“

Der **Bruch**
stellt den Anteil dar.

$\frac{3}{4}$

Der **Zähler**
gibt an, wie viele Teile gefärbt sind.
Er zählt die Teile.

Der **Bruchstrich**
trennt Zähler und Nenner.

Der **Nenner**
gibt an, wie viele gleich große Teile
das Ganze hat.
Er benennt den Bruch.

Beispiele der Anteilserie *Viertel*

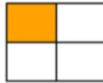
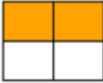

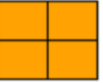
 $\frac{1}{4}$	 $\frac{2}{4}$	 $\frac{3}{4}$	 $\frac{4}{4}$
---	---	---	--

Abbildung 6: Beispiel für einen Sprachspeicher

Anschließend notieren die Lernenden auf die Rückseiten der gefalteten Blätter (vgl. Basisaufgabe) die passende Bruchzahl. Sie kontrollieren ihre Notationen gegenseitig und begründen, warum der Bruch zum Anteil passt bzw. nicht passt.

Die beschrifteten Faltblätter werden dann in Gruppen nach vorgegebenen Merkmalen sortiert. Eine Erfolgskontrolle kann durch das Umdrehen der Faltblätter und das Vergleichen der Brüche erfolgen.

Mögliche Sortieraufträge:

- Sortiert die Blätter nach gleichen Zählern, also nach der Anzahl der gefärbten Teile (s. Abb. 7). Lernchance: Das Verhältnis der Anzahl an gefärbten Teilen zur Gesamtzahl der Teile wird kleiner, wenn die Anzahl der gefärbten Teile gleichbleibt und die Anzahl aller Teile größer wird (z. B. $\frac{3}{4} < \frac{3}{8} < \frac{3}{16}$).



Abbildung 7: Sortierung der Bruchdarstellungen nach Anzahl der gefärbten Teile

- Sortiert die Blätter nach gleicher Gesamtfläche der gefärbten Teile (s. Abb. 8). Lernchance: Die gleich großen gefärbten Flächen können durch unterschiedliche Brüche dargestellt werden. An diese Erkenntnis kann bei der Einführung des Kürzens und Erweitern angeknüpft werden.



Abbildung 8: Sortierung der Bruchdarstellungen nach gleicher Gesamtfläche der gefärbten Anteile

- Sortiert die Blätter nach gleichen Nennern, also nach der Anzahl der gefalteten Teile (s. Abb. 9). Lernchance: Die Größe der gefärbten Fläche hängt von der Größe des Zählers ab. Wichtig: Die Begriffe der gleichnamige Bruch und der ungleichnamige Bruch können eingeführt und im Sprachspeicher ergänzt werden.



Abbildung 9: Sortierung der Bruchdarstellungen nach Anzahl der Teile eines Ganzen

Die Anteildarstellungen können zunächst auch nach den Färbungen und anschließend nach der Bruchschreibweise der Größe nach geordnet werden. Ergänzend können Anteilserien gelegt werden, um den Zusammenhang zwischen Zählerveränderungen und der Zu- bzw. Abnahme der gefärbten Anteile anschaulich zu machen.

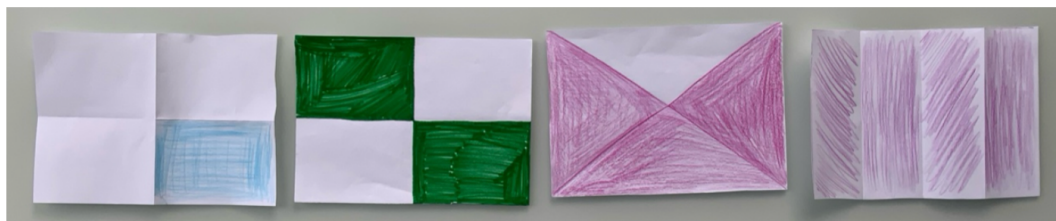


Abbildung 10: Der Größe nach geordnete Anteildarstellungen

Nach jeder Sortierung können Fehlersuchübungen durchgeführt werden. Dazu verändert die Gruppe für ein Mitglied außer Sichtweite die Sortierung, indem ein Faltblatt umgelegt oder Faltblätter vertauscht werden. Das zurückgekehrte Gruppenmitglied korrigiert die Veränderung, begründet die Korrektur und nutzt dabei die eingeführten Fachbegriffe.



Abbildung 11: Beispiel für eine Sortierung, bei der im rechten Bild zwei Fehler eingebaut wurden

Die Anteildarstellungen können auch genutzt werden, um den Gebrauch der Fachwörter im Team einzuüben. So können Lernende sich gegenseitig Anteildarstellungen zeigen und den Bruch nennen, der auf der verdeckten Rückseite steht oder beschreiben, wie viele Teile das Ganze hat und wie viele davon gefärbt sind, wenn sie zuerst den Bruch sehen.

„Das Ganze ist in acht gleich große Teile gefaltet. Von den acht Teilen hast du fünf gefärbt. Auf der Rückseite steht deshalb der Bruch $\frac{5}{8}$. Der Zähler ist fünf und der Nenner ist acht.“

„Fünf von acht gleich großen Teilen sind gefärbt. Der Anteil beträgt fünf Achtel und der Bruch wird so geschrieben: $\frac{5}{8}$.“

„Der Bruch heißt $\frac{5}{8}$. Du hast dein Blatt in acht gleich große Teile gefaltet und fünf von diesen Teilen gefärbt. Der Zähler ist fünf und der Nenner ist acht.“

Basisaktivität

Darstellen von Anteilen in Beschreibungen

Material: Faltblätter aus der Basisaufgabe, linierte DIN A6-Blätter, Stifte

„Schreibt zu jedem Anteil eine passende Beschreibung auf. Mischt alle Blätter. Ordnet die passenden Anteildarstellungen einander zu. Beschreibt die Brüche in Mathesprache.“

Mit dieser Aufgabe vertiefen die Lernenden ihre Grundvorstellung zu Anteilen, indem sie die bildlichen und symbolischen Anteildarstellungen in Sprache übertragen und miteinander vernetzen. Durch das Beschreiben der Brüche üben sie zudem den Gebrauch der eingeführten Fachbegriffe ein.

Zu Beginn werden Formulierungen gesammelt, mit denen die Lernenden das Verhältnis des Teils zum Ganzen korrekt beschreiben können. Diese Formulierungen können sprachlich unterschiedlich anspruchsvoll sein und von „Das Ganze hat acht gleich große Teile. Von diesen acht Teilen sind fünf gefärbt.“ bis zu „Von den acht gleich großen Teilen des Ganzen sind fünf gefärbt.“ reichen. Die Ergebnisse werden so gesammelt, dass sie in der anschließenden Arbeitsphase als Beispiele zur Verfügung stehen.

In der Arbeitsphase finden sich die Lernenden in Kleingruppen zusammen und schreiben zu ihren Faltblättern aus der Basisaufgabe Beschreibungen auf linierte DIN A6-Blätter. Die Faltblätter aus der Basisaufgabe und die Blätter mit den Beschreibungen können dann für Zuordnungsübungen genutzt werden. Die jeweiligen Startkarten können beliebig aus den verschiedenen Darstellungen gewählt werden. Ein Beispiel ist in Abbildung 12 zu sehen: Die Beschreibungen und die Faltungen sind sichtbar und werden einander zugeordnet, der Bruch genannt und mit den eingeführten Begriffen (z. B. „Im Zähler steht eine Fünf, im Nenner eine Acht. Der Bruch heißt fünf Achtel“) beschrieben. Die Beschreibung wird durch das Umdrehen des entsprechenden Faltblattes überprüft.

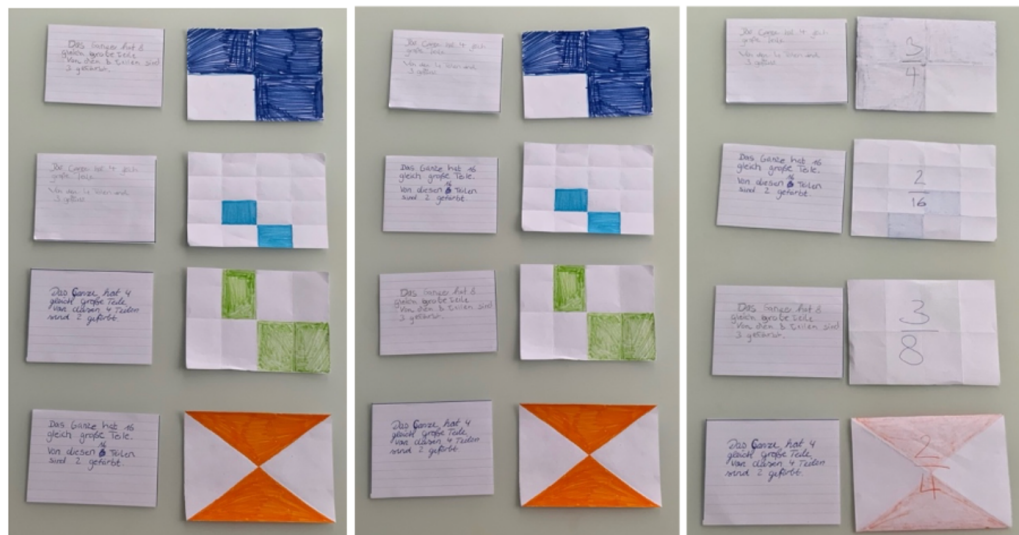


Abbildung 12: Beispiele für Zuordnungen von Faltblättern und Beschreibungen

Basisaktivität

Darstellen von Anteilen mit quadratischen Blättern

Material: quadratische Blätter, Stifte

„Falte und färbe Blätter so, dass sie zu deinen rechteckigen Faltungen passen. Schreibe den passenden Bruch auf ein zweites Blatt.“

Mit dieser Aufgabe vertiefen die Lernenden ihre Grundvorstellung zu Anteilen, indem sie die in der Basisaufgabe und der Basisaktivität Darstellen von Anteilen in der Bruchschreibweise erworbenen Lerninhalte auf das Falten von Quadraten übertragen.

Die Lernenden arbeiten zu zweit zusammen. Sie falten und beschriften quadratische Blätter entsprechend des o. g. Arbeitsauftrags. Zu jeder Rechteckfaltung und -färbung der Basisaufgabe falten sie nun eine passende Faltung und Färbung mit einem quadratischen Blatt. Die Faltungen werden gegenseitig kontrolliert und bei Bedarf korrigiert.

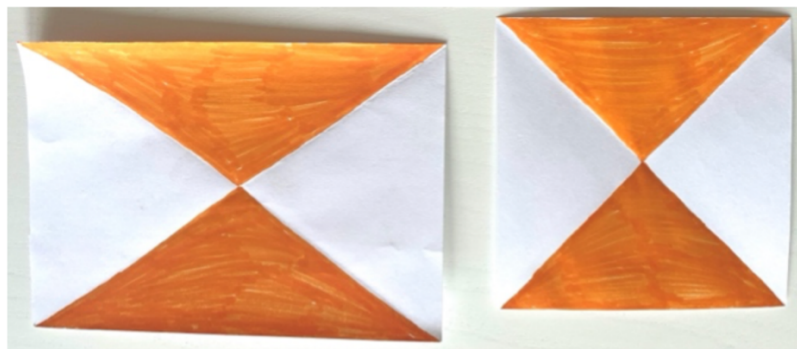


Abbildung 13: Rechteckfaltung aus der Basisaufgabe und passende Quadratfaltung

Mit den Rechteck- und Quadratfaltungen sind nun folgende Aufgaben möglich:

- Sortierung nach verschiedenen Kriterien in Kleingruppen (gleicher Zähler, gleicher Bruch, gleich große gefärbte Fläche, gleicher Nenner; s. Basisaktivität *Darstellen von Anteilen in Bruchschreibweise*)
- Sortierung unter Hinzunahme der Beschreibungen (s. Basisaktivität *Darstellen von Anteilen in Beschreibungen*)
- Spielerische Varianten sind ebenfalls denkbar, z. B. Paare oder Trios sammeln

Hinweis: Werden für die Aufgabe unterschiedlich große quadratische Blätter genutzt, kann zudem die Bedeutung des Anteils als Verhältnis des Teils zum Ganzen thematisiert werden. So können die Lernenden zum Beispiel erkennen, dass $\frac{3}{8}$ eines kleineren Blattes und $\frac{3}{8}$ eines größeren Blattes den gleichen Anteil darstellen und gleich große gefärbte Flächen auf unterschiedlich großen Faltblättern unterschiedliche Brüche darstellen können.

Basisaktivität

Zeichnen und Beschreiben von Anteilen

Material: Blätter mit leeren Formen, linierte Blätter, Stifte, Lineal, Tablet

Hinweis: Die Aufgabe kann auch ohne ein Tablet umgesetzt werden. Das Bruch-Album wird dann analog erstellt.

„Wählt gemeinsam Brüche aus, die ihr darstellen wollt. Zeichnet passende Bilder zu diesen Anteilen in die leeren Formen und fotografiert die Zeichnungen mit einem Tablet. Stellt ein Album mit vielen verschiedenen Bruch-Darstellungen der Anteile zusammen.“

Mit dieser Aufgabe vertiefen die Lernenden ihre Grundvorstellung zu Anteilen, indem sie die in der Basisaufgabe und den möglichen Basisaktivitäten erworbenen Kompetenzen auf die Darstellung von Anteilen mit Kreisen und Bruchstreifen übertragen und die Darstellungsformen miteinander vernetzen.

Die Lernenden finden sich in Gruppen zusammen und erhalten Blätter mit leeren Rechtecken, Quadraten, Bruchstreifen und Kreisen, an deren Seiten bzw. Kreislinien Markierungen

angebracht sind, die ein Einzeichnen der entsprechenden Teilungslinien erleichtern (s. Material KV Leere Blätter mit Markierungen). Zudem erhalten sie linierte Blätter für die sprachliche Darstellung sowie ein Tablet.

Ein möglicher Ausgangspunkt für die Gruppenarbeit sind Anteildarstellungen aus der Basisaufgabe und den Basisaktivitäten. Die Lernenden können alternativ aber auch weitere Bruchzahlen auswählen. Im Rahmen der Gruppenarbeit werden die Anteile mit den verschiedenen Darstellungsformen (Rechteck, Quadrat, Kreis, Bruchstreifen, verbale Beschreibung) dargestellt.

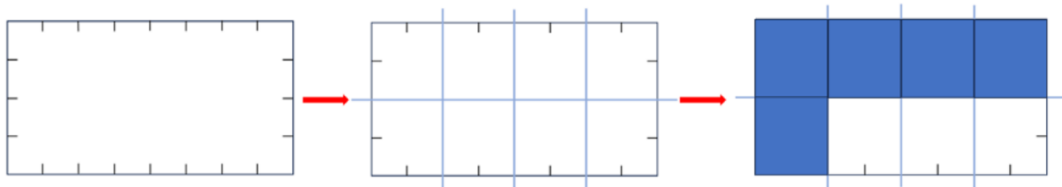


Abbildung 14: Anteilzeichnung mit Hilfe von Hilfsmarkierungen

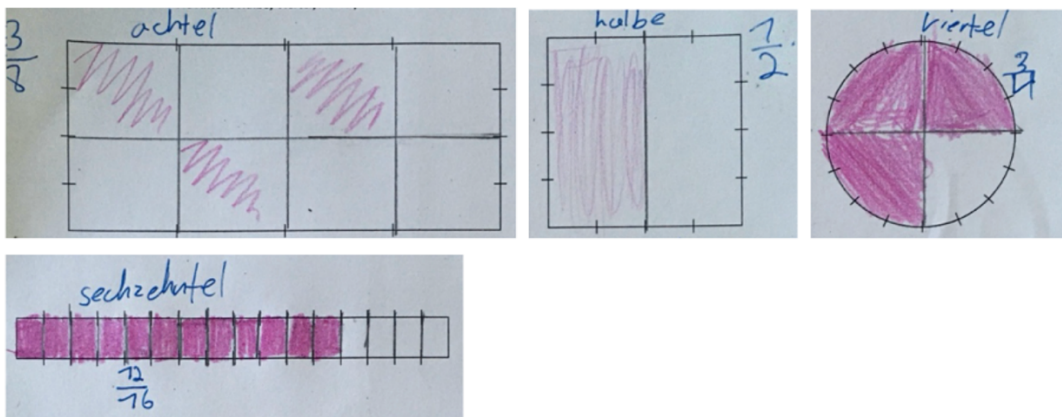


Abbildung 15: Beispiele für Anteilzeichnung mit Hilfe von Hilfsmarkierungen

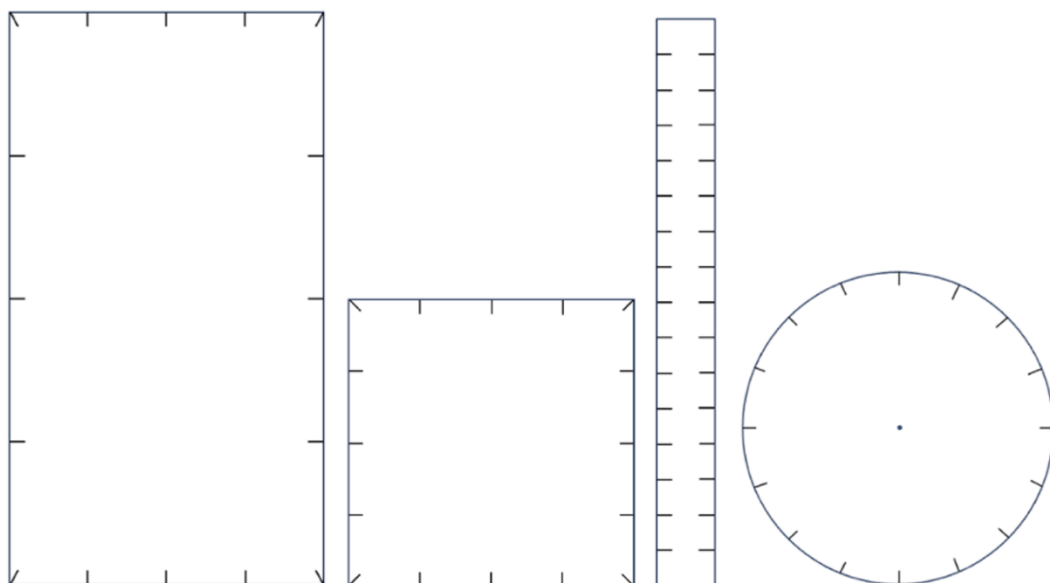


Abbildung 16: Beispiele für Hilfsmarkierungen für die Anteile Halbe, Viertel, Achtel, Sechzehntel

Die entstandenen Abbildungen werden fotografiert und mit dem dazugehörigen Bruch und der passenden Beschreibung zu einem Kapitel des gemeinsamen Bruchalbums zusammengefügt.

Für die Erstellung der Bruchalben können sowohl Apps wie BookCreator als auch Präsentationssoftware oder Textverarbeitungsprogramme wie PowerPoint, Keynote, Word oder Pages oder genutzt werden. In den meisten dieser Programme können Lernende, für die das Verschriftlichen einer Anteilbeschreibung schwierig ist, diese auch mündlich formulieren und als Sprachaufnahme im Bruchalbum festhalten.

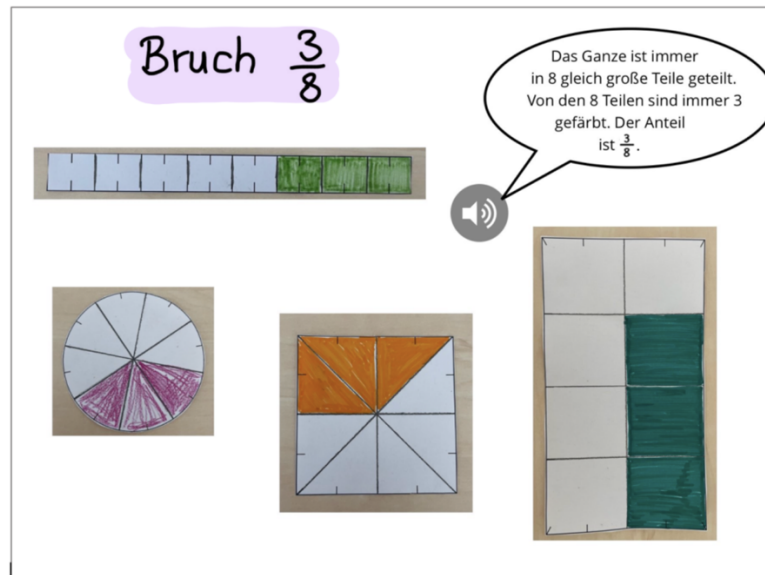


Abbildung 17: Beispiele für ein Kapitel in einem Bruchalbum, das mit der App BookCreator erstellt wurde

Gemeinsam werden die entstandenen Albumkapitel auf ihre Passung von Anteil, Bruch, Beschreibung und Abbildungen überprüft und dann in einer abschließenden Reflexionsphase den anderen Lernenden präsentiert.

Impulsfragen für die Präsentation:

- Vergleiche die verschiedenen Darstellungen eines Anteils miteinander. Was ist gleich? Was ist unterschiedlich?
- Welcher Anteil ist in diesem Kapitel des Bruchalbums dargestellt? Woran hast du das erkannt?
- In welcher Darstellung kannst du den Anteil am einfachsten erkennen? Begründe deine Aussage.
- Wie bist du beim Zeichnen der Anteile vorgegangen? Welche Informationen aus den Beschreibungen und Brüchen haben dir geholfen?
- Woran habt ihr erkannt, welche Darstellungen zusammengehören?
- Wo findet ihr die unterschiedlichen Darstellungen in eurem Alltag?

Zu einem späteren Zeitpunkt können die einzelnen Kapitel der Bruchalben beispielsweise durch entsprechende Beispiele aus der Umwelt der Lernenden, Rechengeschichten sowie Darstellungen von Dezimalbrüchen und Prozentzahlen und das ganze Album durch neue Kapitel, beispielsweise zu Anteildarstellungen mehrerer Ganzer, ergänzt werden.

Reduktion

Darstellen von Anteilen in der Bruchschreibweise

Material: Anteilserien, Anteilkarten, Stifte

„Ordne die Anteildarstellung der passenden Serie zu. Schreibe den passenden Bruch auf die rechte Seite der Karte.“

Die Lehrkraft kann die Anforderungen der Basisaktivität Darstellen von Anteilen in der Bruchschreibweise reduzieren, indem sie die Lernenden durch Anteilserien und -karten (s. Material Anteilserien und -karten) bei der Übertragung der Anteildarstellung in die Bruchschreibweise unterstützt. Die Anteilkarten können Lernenden ebenfalls als Unterstützung bei einem weiterführenden Impuls der Basisaufgabe dienen, bei dem Faltungen mit gleicher Anzahl an Teilen geordnet werden sollen.

Das Material zu dieser Reduktion kann in zwei unterschiedlichen Versionen je nach Unterstützungsbedarf der Lernenden eingesetzt werden:

Version A besteht aus zwölf Anteilserien mit unterschiedlichen Abbildungen der Anteile *Halbe* (3), *Viertel* (4) und *Achtel* (5) und insgesamt 27 Anteilkarten. In den einzelnen Serien werden die Anzahlen der gefärbten Teile sukzessive so erhöht, dass sich die neu gefärbten Teile regelhaft (von links nach rechts, von oben nach unten, im Uhrzeigersinn) an bereits gefärbte anschließen.

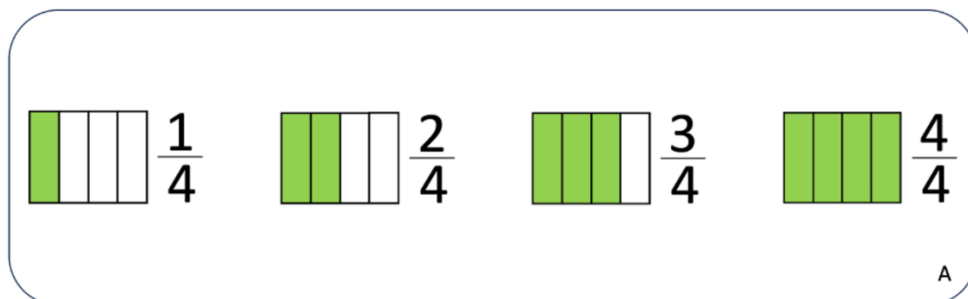


Abbildung 18: Anteilserie *Viertel* der Version A

Die neun Anteilkarten der Version A1 bilden Anteile ab, die genau denen der jeweiligen Serien entsprechen. Die neun Karten der Version A2 zeigen Anteile, die in der gleichen Farbe wie die entsprechenden Serien gefärbt sind, sich aber in der Anordnung der gefärbten Teile unterscheiden. Die neun Karten der Version A3 zeigen ungefärbte Teilungen, die von den Lernenden zu Anteilen gefärbt werden können.

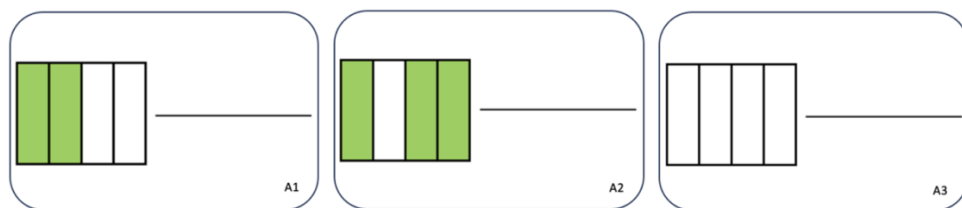


Abbildung 19: Zu der Anteilserie passende Anteilkarten A1, A2 und A3

Version B unterscheidet sich von der Version A durch die Färbung der Anteilserien und Anteile. In den einzelnen Serien wird die Anzahl der gefärbten Teile ebenfalls sukzessive erhöht.

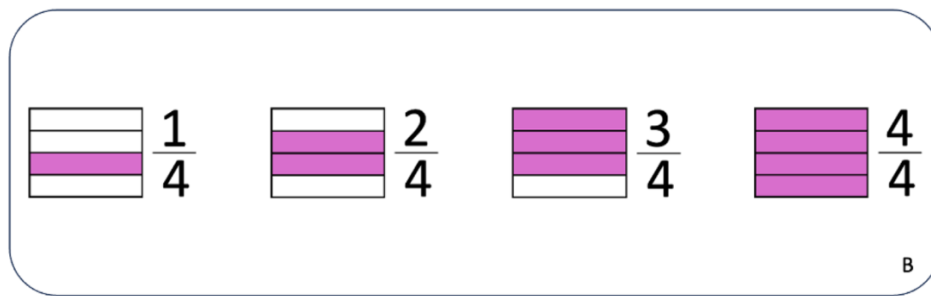


Abbildung 20: Anteilserie Viertel der Version B

Die neun Anteilskarten der Version B1 bilden Anteile ab, die in der Anordnung der gefärbten Teile den jeweiligen Serien entsprechen, sich aber in den Farben unterscheiden. Die neun Karten der Version B2 zeigen Anteile, die sich von denen der entsprechenden Serien sowohl in der Farbe als auch in der Anordnung der gefärbten Teile unterscheiden. Die neun Karten der Version B3 sind leer und damit identisch zu denen der Version A3.

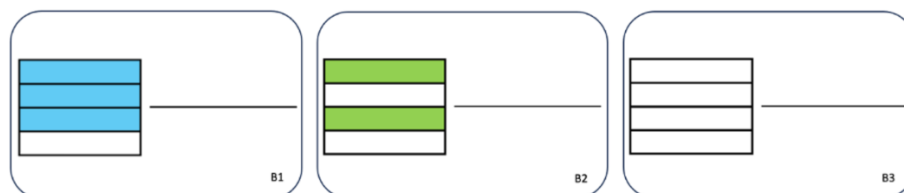


Abbildung 21: Zu der Anteilserie passende Anteilskarten B1, B2 und B3

In der Arbeitsphase beschreiben die Lernenden zu Beginn die fortlaufenden Veränderungen der Anteile und Brüche in ausgewählten Serien und erklären den Zusammenhang zwischen den Anteilabbildungen und den Brüchen.

Anschließend ordnen sie die Anteilskarten zuerst den Anteilen und Brüchen der entsprechenden Serie zu und beschriften sie dann mit den passenden Brüchen. Ebenfalls möglich, jedoch anspruchsvoller, ist ein Vorgehen in umgekehrter Reihenfolge. Dann werden die Karten zuerst mit dem passenden Bruch beschriftet und anschließend den entsprechenden Anteilserien und passenden Anteilen zugeordnet.

In beiden Fällen können die Lernenden ihre Zuordnungen und Beschriftungen mit der Gesamtzahl der Teile und der Anzahl der gefärbten Teile überprüfen und begründen.

Die Lernenden können auch die Faltblätter, die sie im Rahmen der Basisaufgabe gefaltet und gefärbt haben, den passenden Anteilabbildungen in den Serien zuordnen. Sie übertragen ihre Anteilabbildungen in die Bruchschreibweise und schreiben, analog zur entsprechenden Basisaktivität, den passenden Bruch auf die Rückseite des Faltblattes.

Die um die Brüche ergänzten Faltblätter können dann in die Reflexionsphase der Lerngruppe eingebracht werden.

Reduktion

Darstellen von ausgewählten Anteilen mit quadratischen Blättern

Material: quadratische Blätter mit Markierungen, Stifte

„Falte Blätter so, dass du vier (bzw. acht) gleich große Teile erhältst. Färbe mehrere der Teile und schreibe den passenden Bruch auf die Rückseite des Blattes.“

Für leistungsschwächere Lernende kann die Lehrkraft die Aufgabenstellungen auf das Falten der Blätter in vier bzw. acht gleich große Teile reduzieren und Faltnlinien durch entsprechende Markierungen auf den quadratischen Blättern (s. Material KV Leere Formen der Reduktion Zeichnen von Anteilen mit den Nennern Halbe, Viertel, und Achtel) vorgeben.

In der Arbeitsphase falten die Lernenden ihre Quadrate so, dass sie auf unterschiedliche Weise vier bzw. acht gleich große Teile erhalten und färben von diesen vier Vierteln (acht Achteln) unterschiedliche Anzahlen von Teilen auf unterschiedliche Weise. Um den Lernenden den Faltvorgang zu erleichtern, erhalten sie Quadrate, an deren Seiten Markierungen für unterschiedliche Faltungen vorgegeben sind (s. Abb. 22).

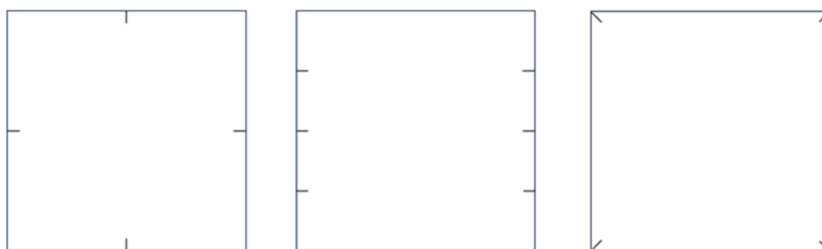


Abbildung 22: Quadratblätter mit Markierungen für Faltnlinien für Faltungen in Viertel

Die gefärbten Faltblätter können dann mit in die gemeinsamen Reflexionen der entsprechenden Basisaktivität eingebracht werden. Gegebenenfalls können die Lernenden bereits vorab mit Unterstützung leistungstärkerer Lernende oder Erwachsener ihre Faltblätter sortieren und Begründungen dazu formulieren, um diese dann in einer Reflexion zu präsentieren.

Reduktion

Zeichnen von Anteilen mit den Nennern Halbe, Viertel und Achtel

Material: Blätter mit leeren Formen, Blätter mit Lückensätzen für die Beschreibungen, Stifte, Lineal, Tablet

In dieser Aufgabenstellung erfolgt die Reduktion der Basisaktivität „Zeichnen und Beschreiben von Anteilen“ zum einen durch leere Formen für Anteile mit den Nennern Halbe, Viertel und Achtel, deren Markierungen genau eine Teilung in gleich große Teile nahelegen (s. Material KV Leere Formen). Zum anderen können die Lernenden Karten mit Sprechblasen (s. Material KV Sprechblasen) für ihre Beschreibungen der Anteile nutzen, in die sie die Zahlen für die Teile des Ganzen, die gefärbten Teile und den passenden Bruch eintragen.

Die Lehrkraft kann über die Reduktion der Anteile der Ganzen hinaus das Anforderungsniveau der Aufgabenstellungen auch durch die Auswahl der Formen (Rechtecke, Quadrate, Bruchstreifen und/ oder Kreise), mit denen die Anteile dargestellt werden sollen, sowie die Anzahl an unterschiedlichen Teilungsmöglichkeiten an das Leistungsvermögen der Lernenden anpassen.



Abbildung 23: Rechtecke mit Markierungen für Anteildarstellungen mit den Nennern Halbe, Viertel und Achtel

Analog zu den Tätigkeiten in der Basisaktivität „Zeichnen und Beschreiben von Anteilen“ fotografieren die Lernenden die unterschiedlichen Darstellungen der gleichen Anteile und fügen sie in einem digitalen Bruchalbum zusammen. Die ausgefüllten Sprechblasenkarten können alternativ auch eingesprochen und als Sprachaufnahmen in die Albumseiten eingefügt werden.

Erweiterung

Sortieren von Aussagen

Material: Aussagekarten, Sortiertafel, Zettel mit leeren Sprechblasen

„Überlegt gemeinsam, ob die Aussage richtig oder falsch ist. Besprecht, wie ihr eure Entscheidung anderen Schülerinnen und Schülern erklären könnt.“

Mit dieser Aufgabe erweitern die Lernenden ihre Grundvorstellung zu Anteilen von Ganzen. Sie stellen eine Beziehung zwischen einer Aussage und einer bildlichen Anteildarstellung her, überprüfen die Richtigkeit der Aussage und verändern die Aussage oder die Abbildung gegebenenfalls so, dass sie zueinander passen.

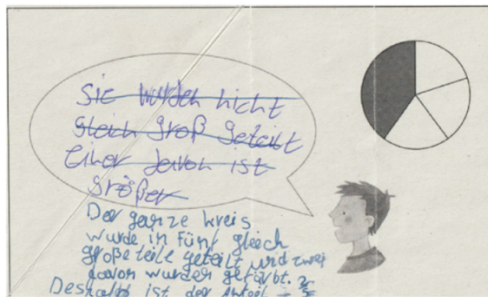
Die Lernenden erhalten in Gruppen Karten mit Aussagen von Kindern zu Anteilen, die in verschiedenen geometrischen Formen dargestellt sind (s. Material Aussagekarten und Sortiertafel). Sie überlegen gemeinsam, ob die Aussagen auf den Karten vollständig den Abbildungen entsprechen oder Teile der Aussagen bzw. die Abbildungen verändert werden müssen. Die Lernenden achten dabei besonders auf die gleiche Größe und die Anzahl der Teile, in die das Ganze geteilt wurde, und auf die Entsprechung von Zähler bzw. gefärbten Teilen und Nenner bzw. Teilen des Ganzen und sortieren die Karten entsprechend in die Sortiertafel ein.



Abbildung 24: Sortiertafel für Aussagekarten zu Anteilen

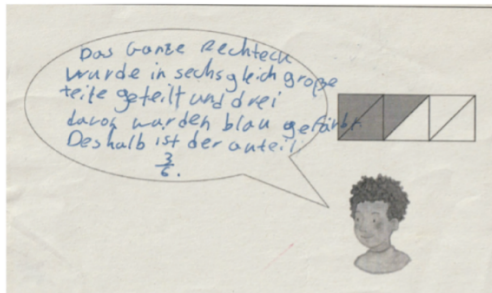
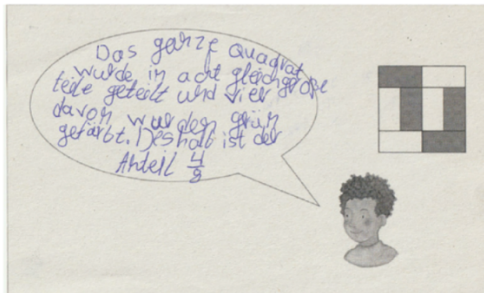
Die Lernenden erklären sich zuerst gegenseitig ihre Entscheidungen und begründen diese. In der Reflexionsphase präsentieren die Gruppen ihre Entscheidungen und Begründungen, die dann gemeinsam im Hinblick auf Verständlichkeit und Korrektheit besprochen werden.

In einer zweiten Arbeitsphase erhalten die Gruppen zu allen falschen Aussagen entsprechende Abbildungen mit leeren Sprechblasen und den Arbeitsauftrag, die Abbildungen so zu verändern, dass sie eine richtige Aussage in die Sprechblasen schreiben können. Auch hier kommen die Lernenden miteinander ins Gespräch, passen Abbildungen an, finden geeignete Beschreibungen und präsentieren anschließend ihre Ergebnisse.



Sie wurden nicht gleich groß geteilt, einer davon ist größer.
 Der ganze Kreis wurde fünf gleich große Teile geteilt und zwei davon wurden gefärbt.
 Deshalb ist der Anteil $\frac{2}{5}$.

Das ganze Quadrat wurde acht gleich große Teile geteilt und vier davon wurden grün gefärbt. Deshalb ist der Anteil $\frac{4}{8}$.



Das ganze Rechteck wurde in sechs gleich große Teile geteilt und drei davon wurden blau gefärbt. Deshalb ist der Anteil $\frac{3}{6}$.

Das ganze Rechteck wurde in vier gleich große Teile geteilt. Sieben Teile wurden gelb gefärbt. Deshalb ist der Anteil $\frac{4}{7}$.



Abbildung 25: Veränderte Aussagekarten, teilweise fehlerhaft

Fragestellungen für die Veränderung der Abbildung und die Formulierung einer richtigen Aussage könnten sein:

- Wie kannst du die Abbildung so verändern, dass der Kreis/das Quadrat/das Rechteck in gleich große Teile geteilt wird?
- Wie kannst du den gefärbten Teil beschreiben?
- Wie kannst du das Ganze beschreiben?
- Wie kannst du die Beziehung zwischen dem gefärbten Teil und dem Ganzen beschreiben?
- Welchen Anteil stellen die gefärbten Teile dann dar?

Die Blanko-Karten am Ende des Materials geben Lehrkräften die Möglichkeit, eigene Karten mit Aussagen und Abbildungen zu erstellen, individuell angepasst an das Lernniveau ihrer Lerngruppe.

Mit den Blanko-Karten ist es ebenfalls möglich, die Lernenden Aussagen und Abbildungen als Eigenproduktionen anfertigen zu lassen, die dann wiederum von anderen Lernenden bearbeitet werden.

Erweiterung

Ordnen von Brüchen

Material: leere Quadratformen gleicher Größe, Lineal, Stifte

Die Lernenden untersuchen in dieser Erweiterung die Veränderungen der Größe von Anteilen in Abhängigkeit von den Veränderungen des Zählers (bei gleichbleibenden Nennern) und des Nenners (bei gleichbleibenden Zählern).

Sie erhalten zu Beginn folgenden Arbeitsauftrag:

Aisha und Dominik diskutieren. Aisha meint: „Wenn der Zähler größer wird und der Nenner gleichbleibt, wird der Anteil größer.“ Dominik meint: „Nein, wenn der Zähler gleich bleibt und der Nenner größer wird, wird der Anteil kleiner.“ Was meint ihr dazu? Begründet eure Antwort mit Hilfe des Materials.

Die Lernenden erhalten mehrere leere Quadrate mit Markierungen (s. Material KV Quadrate mit Markierungen) und überlegen, wie sie diese nutzen wollen. Dabei ist es ihnen freigestellt, ob sie zuerst theoretisch die Korrektheit der Aussagen diskutieren und dann ihre Einschätzung mit den Quadraten begründen, oder zuerst die Anteile zeichnen und damit dann zu einer Einschätzung der beiden Aussagen kommen.

Wenn die Lernenden in ihrer Gruppe keinen erfolversprechenden Ansatz finden, können in einer gemeinsamen Zwischenreflexion aller Gruppen Herangehensweisen und erste Ergebnisse ausgetauscht werden.

Ein möglicher Tipp der Lehrkraft könnte beispielsweise sein, den Zähler oder/und den Nenner der herzustellenden Anteile innerhalb der Gruppe festzulegen, um für jede Aussage mehr unterschiedliche Anteile und damit auch mehr Sortier- und Ordnungsmöglichkeiten zu erhalten.

Die Einschätzung und Begründungen der Lernenden werden dann in einer abschließenden Reflexion präsentiert und miteinander verglichen.

Eine weitere Auseinandersetzung mit den formulierten Beschreibungen kann beispielsweise durch folgende Aufgaben angeregt werden:

- Vergleicht die beiden Beschreibungen. Was fällt euch auf?

- Wie klein oder wie groß kann ein Zähler werden, wenn der Nenner gleich bleibt? Was bedeutet das für den Anteil? Überlegt und begründet eure Vermutung.
 - Wie klein oder wie groß kann ein Nenner werden, wenn der Zähler gleich bleibt? Was bedeutet das für den Anteil? Überlegt und begründet eure Vermutung.
-

Erweiterung

Finden gleich großer Brüche

Material: Faltblätter aus der Basisaufgabe, rechteckige Blätter gleicher Größe, Stifte

Die Lernenden machen in dieser Erweiterungsaufgabe handlungsorientiert Erfahrungen, die für das Verständnis des Erweiterns und Kürzens von Brüchen bedeutsam sind. Sie nutzen dabei die Faltblätter der Basisaufgabe, auf deren Rückseite sie im Rahmen der Basisaktivität „Darstellen von Anteilen in der Bruchschreibweise“ die passenden Brüche notiert haben. Ausgehend von den dort erarbeiteten Ergebnissen einer Sortieraufgabe („Sortiert die Blätter nach gleicher Gesamtfläche der gefärbten Teile.“, s. Abb. 8) finden sie weitere gleich große Brüche und zeichnen die entsprechenden Anteile auf rechteckige Blätter.

„Teilt die Blätter so in gleich große Teile, dass die Teile kleiner werden. Ihr könnt falten oder rechnen und messen. Färbt die Blätter so, dass die Anteile gleich groß bleiben. Schreibt die Brüche auf die Rückseiten eurer Blätter. Wie seid ihr vorgegangen? Erklärt, warum eure Anteile gleich groß sind.“

Die Lernenden bearbeiten die Aufgabe in Kleingruppen. Sie sortieren die Faltblätter der Basisaufgabe noch einmal nach der gleichen Gesamtfläche der gefärbten Teile und wählen eine Gruppe aus (z. B. mit dem Anteil drei Viertel), mit der sie weiterarbeiten wollen.

Anschließend bearbeiten sie gemeinsam den o. g. Arbeitsauftrag. Herausforderungen ergeben sich dadurch, dass sich viele Teilungen der rechteckigen Blätter nicht durch Falten herstellen lassen, sondern nur durch Rechnen und Messen (z. B. Drittel, Fünftel, Sechstel etc.). Zudem wurde noch nicht explizit thematisiert, wie die Lernenden sicher herausfinden können, ob zwei Anteile (z. B. vier Siebtel und fünf Achtel oder sechs Achtel und neun Zwölftel) die gleiche Größe haben. Bei Bedarf kann die Lehrkraft entsprechende Impulse (z. B. „Teilt eure Blätter so, dass die Teile eine möglichst gleiche Form haben.“ oder „Färbt die Teile so, dass ähnliche, zusammenhängende Flächen entstehen.“) geben.

Zum Abschluss der Arbeitsphase werden mehrfach vorhandene Brüche aussortiert.

In der Reflexionsphase präsentieren die Lernenden ihre Ergebnisse. Gemeinsam können die Sortierungen dann hinsichtlich der gleichen Größe der Anteile überprüft werden.

Mögliche Impulsfragen:

- Vergleicht die gleich großen Brüche. Was fällt euch auf?
- Ordne die gleich großen Brüche nach der Größe ihrer Zähler/ Nenner. Was fällt dir auf?

- Paul behauptet: „Ich kann zu jedem Bruch noch unendlich viele weitere gleich große Brüche finden.“ Hat er recht? Begründe deine Einschätzung.
- Wie könntest du andere gleich große Brüche in das leere Rechteck zeichnen? Wie würden die Zeichnungen aussehen? Beschreibe.

Möglichkeiten individueller Unterstützung

Verwenden einer Faltanleitung (für Formen mit Markierungen auf den Seiten)

Eine Faltanleitung, in der das genaue Falten von Papier Schritt für Schritt erklärt und bebildert wird, kann Lernende beim Falten von rechteckigen und quadratischen Papierblättern in gleich große Teile unterstützen.

Die Faltanleitung kann gemeinsam mit den Lernenden erarbeitet und formuliert werden. Die einzelnen Schritte können dann beispielhaft fotografiert und zur Unterstützung der schriftlichen Formulierungen in die Einleitung eingefügt werden.

Das könnte zum Beispiel folgendermaßen aussehen:

1. Überlege dir, welche beiden Seiten des Papiers aufeinanderliegen sollen.
Lege eine Seite des Papiers an eine gerade, aufrechte Fläche (z. B. einer Wand, eines Schrankes oder eines Fensterrahmens), die nicht verrutschen kann.



Abbildung 26: Faltanleitung Schritt 1

2. Lege nun die gegenüberliegende Seite des Papiers auf die Seite an der Wand, sodass beide Seiten die Wand berühren.

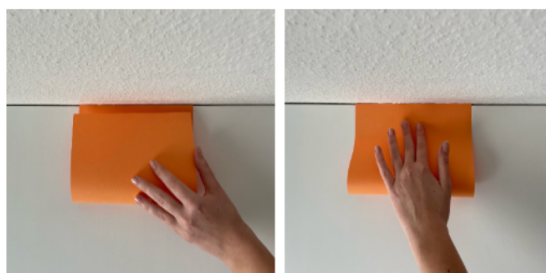


Abbildung 27: Faltanleitung Schritt 2

3. Halte beide Seiten mit den Fingern einer Hand so fest, dass sie an der Fläche liegen und sich nicht verschieben lassen. Drücke dann mit einem Finger der anderen Hand auf die Faltnie und falte das Papier.

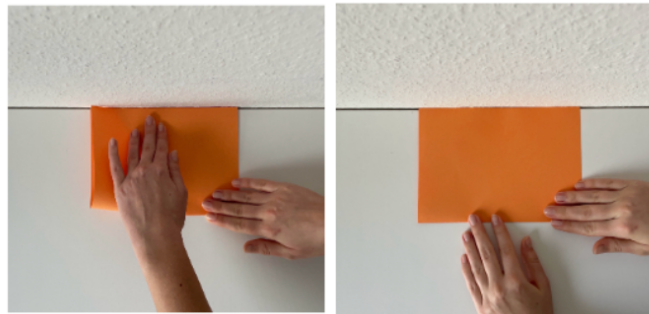


Abbildung 28: Faltnieanleitung Schritt 3

4. Du kannst so auch die Hälfte von einer Hälfte falten. Lege dazu die mittlere Faltnie an die Wand und führe die gleichen Schritte durch.



Abbildung 29: Faltnieanleitung Schritt 4

Möglichkeiten individueller Unterstützung

Für das Beschreiben und Erklären Sprachmuster verwenden und einen Sprachspeicher anlegen

Das Beschreiben der Entdeckungen und Vorgehensweisen kann durch das Anlegen eines Sprachspeichers und die Vorgabe von Sprachmustern und Satzbausteinen unterstützt werden (vgl. hierzu auch [Förderschwerpunkt Sprache: Unterricht](#)).

Zentrale Mathewörter

die gleich großen Teile

der Teil

das Ganze

der Anteil

der Bruch

der Zähler

der Bruchstrich

der Nenner

der gleichnamige Bruch

der ungleichnamige Bruch

das Rechteck

das Quadrat

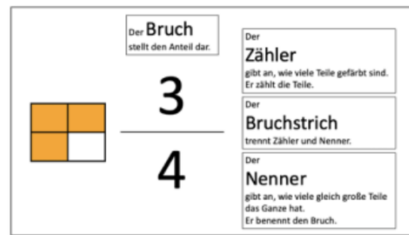
der Kreis

der Bruchstreifen

sortieren

ordnen

die Anteilserie



Der Anteil beschreibt das Verhältnis von einem Teil zu einem Ganzen.



das Rechteck



das Quadrat



der Kreis



der Bruchstreifen

Eine Anteilserie besteht aus mehreren Anteildarstellungen. Diese Darstellungen sind nach ihrer Größe geordnet.

Abbildung 30: Beispiel für einen Sprachspeicher

Mögliche Sprachmuster/Satzbausteine

- Das Ganze hat (z. B. drei, vier) gleich große Teile. Der Nenner ist deshalb (z. B. 3, 4).
- In dieser Darstellung sind (z. B. zwei, drei) Teile gefärbt. Der Zähler ist deshalb (z. B. 2, 3).
- In diesem Bruch ist der Zähler (z. B. 3, 4) und der Nenner ist (z. B. 4, 5). Der Bruch heißt (z. B. drei Viertel oder vier Fünftel).
- Hier ist der Anteil (z. B. zwei Drittel, drei Viertel) gefärbt, weil ...